P O L I T E C H N I K A Ł Ó D Z K A
INSTYTUT ELEKTROENERGETYKI

ZAKŁAD ELEKTROWNI

LABORATORIUM POMIARÓW I AUTOMATYKI
W ELEKTROWNIACH

Właściwości dynamiczne czujników temperatury

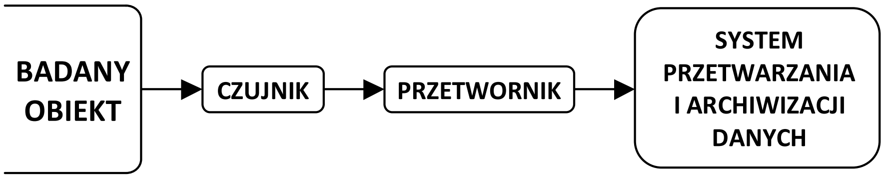
INSTRUKCJA DO ĆWICZENIA LABORATORYJNEGO

ŁÓDŹ 2013

Instrukcję opracował A. Wawszczak
na podstawie pracy dyplomowej T. Gębarowskiego:
„Projekt i wykonanie stanowiska laboratoryjnego
do badania termometrów elektrycznych”

1. WPROWADZENIE

Prawidłowy, obarczony znanym i dopuszczalnym błędem, pomiar zmiennej w czasie wielkości fizycznej wymaga użycia toru pomiarowego o znanych właściwościach dynamicznych, które w równym stopniu zależą od właściwości dynamicznych wszystkich jego elementów (rys. 1.1).



Rys. 1.1. Uproszczony schemat blokowy toru pomiarowego

W warunkach przemysłowych, gdy nie jest wymagana bardzo duża dokładność pomiaru, dąży się do takiego doboru poszczególnych elementów toru pomiarowego, aby ich właściwości dynamiczne nie miały istotnego wpływu na dokładność pomiaru i ich wpływ można było pominąć.

O tym czy wpływ właściwości dynamicznych toru pomiarowego jest dostatecznie mały decyduje ich porównanie z właściwościami dynamicznymi mierzonej wielkości fizycznej badanego obiektu. Dla obiektów energetycznych, w których dominują procesy cieplno-mechaniczne, zmiany takich wielkości fizycznych, jak: ciśnienia, przepływy, a szczególnie temperatury, są stosunkowo wolne i z reguły wpływ właściwości dynamicznych toru pomiarowego na dokładność pomiaru jest pomijalnie mały. Istnieją jednak pewne wyjątki, do których należą pomiary temperatur czujnikami rezystancyjnymi i termoelektrycznymi. Właściwości dynamiczne torów pomiarowych wykorzystujących tego typu czujniki są szczególnie istotna w automatycznej regulacji, gdy musimy dokonać identyfikacji obiektu regulacji, w którym właściwości dynamiczne toru pomiarowego mogą mieć istotne znaczenie.

W warunkach przemysłowych, w torach pomiarowych temperatur wykorzystujących czujniki elektryczne, wpływ przetworników i systemów wizualizacji i archiwizacji danych na właściwości dynamicznych jest pomijany. O właściwościach dynamicznych tych torów pomiarowych decydują czujniki pomiarowe.

Właściwości dynamiczne czujników temperatury mogą być wyznaczone w sposób doświadczalny lub analityczny. W celu analitycznego wyznaczenia właściwości dynamicznych, na podstawie znajomości praw wymiany ciepła oraz konstrukcji czujnika należy stworzyć jego matematyczny model. Najczęściej czyni się przy tym szereg uproszczeń. Do stworzenia modelu matematycznego wykorzystuje się równania bilansu ciepła zapisane w postaci równań różniczkowych cząstkowych (model o stałych rozłożonych) lub zakładając równomierny rozkład temperatury (nieskończona wartość przewodności cieplnej), równania różniczkowe sprowadza się do równania zwyczajnego (model o stałych skupionych). Rozwój komputerowych technik obliczeniowych pozwala na numeryczną analizę właściwości czujników metodami elementów skończonych. W dalszym jednak ciągu, wartości wielu wielkości cieplnych uwzględnianych w modelu matematycznym mogą odbiegać od rzeczywistych, dlatego szeroko rozpowszechniona jest metoda identyfikacji elementów toru pomiarowego i ich właściwości dynamicznych w sposób doświadczalny, przy pomocy wprowadzanych na ich wejście sygnałów standardowych takich jak: impuls Diraca lub skok jednostkowy. Wytworzenie impulsu Diraca o krótkim czasie trwania na drodze doświadczalnej jest bardzo trudne, dlatego w praktyce przy badaniu torów pomiarowych i ich elementów, a w szczególności czujników pomiarowych, korzysta się z realizacji eksperymentalnej funkcji skoku jednostkowego.

Na podstawie zarejestrowanej w trakcie pomiarów odpowiedzi czasowej układu na skok jednostkowy można określić ogólną postać przewidywanej transmitancji elementu, a także wyznaczyć wartości współczynników tej transmitancji (opóźnienie i stałe czasowe).

2. MATEMATYCZNY MODEL IDEALNEGO CZUJNIKA TEMPERATURY

Rozpatrując „idealny czujnik temperatury", przyjmuje się założenia upraszczające:

- nieskończenie duża przewodność cieplna λ materiału czujnika, co jest równoznaczne jednakowej temperaturze w całej objętości czujnika,
- stałość warunków wymiany ciepła przez konwekcję (α = const.),
- czujnik zanurzony jest całkowicie w badanym ośrodku i nie zachodzi wymiana ciepła z innym ośrodkiem.
- brak oddziaływania czujnika na badany ośrodek, co oznacza, że pojemność ośrodka jest znacznie większa od pojemności cieplnej czujnika i obecność czujnika nie wpływa na deformację pola temperatury badanego ośrodka.

Rozpatrując przepływ ciepła z punktu widzenia termokinetyki, ciała spełniające wymienione warunki są nazywane wsadem drobnym.

Bilans energii dla nieustalonych warunków termicznych czujnika przyjmuje postać ilości ciepła Q wymienionego między płynem o temperaturze T_k, a czujnikiem o temperaturze T na drodze konwekcji, zgodnie z prawem Newtona, wynosi:

$$dQ = \alpha \cdot F \cdot (T_k - T) \cdot dt \tag{2.1}$$

ilość ciepła zakumulowanego w czujniku:

$$dQ = V \cdot \rho \cdot c \cdot dT = m \cdot c \cdot dT \tag{2.2}$$

Stąd, bilans ciepła dla czujnika o parametrach skupionych ma postać:

$$\alpha \cdot F \cdot (T_k - T) \cdot dt = m \cdot c \cdot dT \tag{2.3}$$

gdzie: t - czas, [s],
T - temperatura czujnika (wskazywana przez przyrząd pomiarowy), [K], [^{o}C],
$m = V/\rho$ - masa czujnika, [kg],
c - ciepło właściwe materiału czujnika, [J/(kg·K)],
F - pole powierzchni wymiany ciepła, [m^2],
α - przejmowalność cieplna, [W/(m^2·K)].

Po podstawieniu w (2.3):

$$\tau = \frac{m \cdot c}{F \cdot \alpha} \tag{2.4}$$

otrzymujemy równanie różniczkowe opisujące człon inercyjny pierwszego rzędu, o postaci:

$$\frac{1}{\tau} \cdot \left(T_k - T\right) = \frac{dT}{dt} \tag{2.5}$$

lub po rozdzieleniu zmiennych, w postaci:

$$\frac{dT}{T - T_k} = -\frac{1}{\tau} \cdot dt \tag{2.6}$$

Rozwiązanie równania różniczkowego (2.6) o zmiennych rozdzielonych, znajdujemy metodą całki ogólnej:

$$\int \frac{dT}{T-T_k} = \int -\frac{1}{\tau} \cdot dt \tag{2.7}$$

Pamiętając, że: $f(x) = ln(x) \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{x}$ i $g(x) = x \Rightarrow g'(x) = 1$, otrzymujemy:

$$ln(T - T_k) = -\frac{1}{\tau} \cdot t + C \tag{2.8}$$

czyli:

$$T - T_k = exp\left(-\frac{t}{\tau} + C\right) \tag{2.9}$$

i dalej:

$$T - T_k = C_1 \cdot exp\left(-\frac{t}{\tau}\right), \text{ gdzie: } C_1 = exp(C) \tag{2.10}$$

oraz:

$$T = T_k + C_1 \cdot exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \tag{2.11}$$

Stałą C_1 znajdujemy uwzględniając w (2.11) warunki początkowe: $T = T_0$, dla chwili $t = 0$:

$$T_0 = T_k + exp(0) \cdot C_1 \tag{2.12}$$

stąd:

$$C_1 = T_0 - T_k = -(T_k - T_0) \tag{2.13}$$

Podstawiając (2.13) do (2.11) otrzymujemy wzór na temperaturę czujnika T o temperaturze początkowej T_0 po zanurzeniu w płynie o temperaturze T_k:

$$T = T_k - exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \cdot (T_k - T_0) \tag{2.14}$$

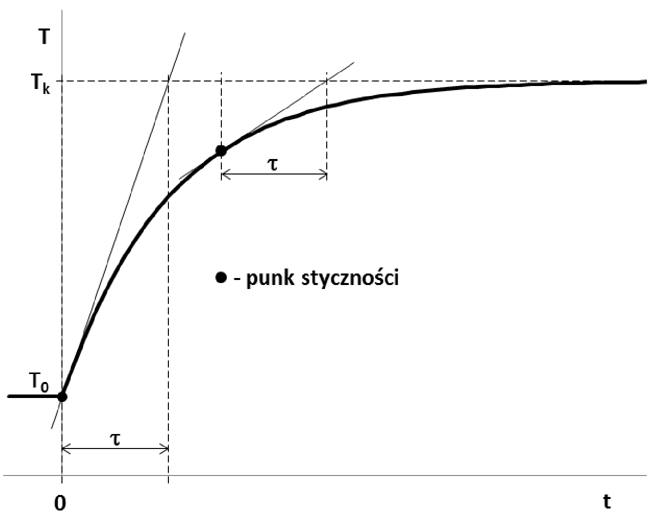
Po elementarnych przekształceniach otrzymujemy wzór na temperaturę czujnika (tzw. „krzywą nagrzewu czujnika idealnego”):

$$T = T_0 + (T_k - T_0) \cdot \left(1 - exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right) \tag{2.15}$$

lub w postaci bezwymiarowej (w skali od 0 do 1):

$$\theta = \frac{T - T_0}{T_k - T_0} = \left(1 - exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right) \tag{2.16}$$

Parametr τ (2.4) ma wymiar czasu i jest określany jako *stała czasowa*: charakteryzuje czas, po którym temperatura czujnika (czyli temperatura wskazywana) osiągnie 0,632 wartości temperatury ośrodka (rys. 2.1), i zależy od: mechanicznej konstrukcji i rozmiarów czujnika (m, F), właściwości cieplnych materiału zastosowanego do budowy czujnika (c) i właściwości cieplnych płynu (α).



Rys. 2.1. Interpretacja graficzna stałej czasowej

Różnica pomiędzy temperaturą czujnika i temperaturą ośrodka stanowi błąd dynamiczny pomiaru:

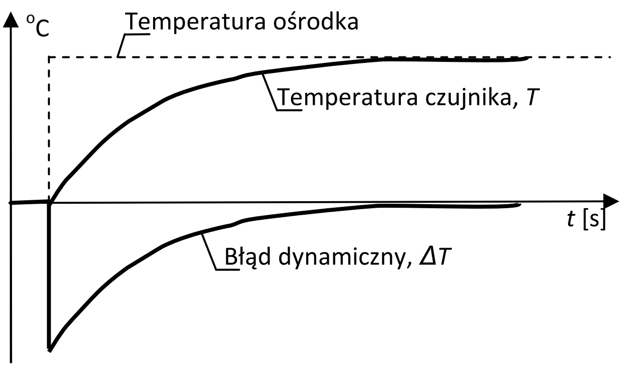
$$\Delta T = T - T_k = -(T_k - T_0) \cdot exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \tag{2.17}$$

Wartość względna błędu dynamicznego wynosi:

$$\delta T = \frac{T - T_k}{T_k - T_0} = -exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \tag{2.18}$$

Na rys. 2.2 przedstawiono przebiegi zmian temperatury czujnika oraz błędu dynamicznego przy skokowej zmianie temperatury ośrodka.

a)



b)

Czas [s]	Wartość względna, δT
$0{,}693 \cdot \tau$	-0,5
τ	-0,368
$2 \cdot \tau$	-0,135
$2{,}3 \cdot \tau$	-0,1
$3 \cdot \tau$	-0,050
$4 \cdot \tau$	-0,018
$4{,}6 \cdot \tau$	-0,01
$5 \cdot \tau$	-0,007

Rys. 2.2. a) Przebieg temperatury czujnika *T*, temperatury ośrodka T_k, błędu dynamicznego pomiaru ΔT,
b) Zależność wartości względnej błędu δT od czasu, wyrażonego jako wielokrotność stałej czasowej.

W rzeczywistych warunkach jakie występują w obiektach energetycznych w ogromnej większości przypadków uzyskanie skokowej (w bardzo krótkim czasie) zmiany temperatury ośrodka jest praktycznie niemożliwe, a więc i błąd dynamiczny będzie mniejszy od tego na rys. 2.2.

Podczas pomiaru temperatury ośrodka T_k wyższej od temperatury początkowej T_0, błąd dynamiczny ma wartość ujemną. Z podanych zależności wynika, że wartość temperatury czujnika *T* zbliża się asymptotycznie do temperatury ośrodka T_k, osiągając ją teoretycznie po nieskończenie długim czasie $t = \infty$.

Stała czasowa τ jest czasem po którym odpowiedź skokowa osiągnie 0,632 swojej wartości ustalonej, niezależnie od wartości tego skoku.

Znajomość wartości stałej czasowej τ obiektu pozwala na określenie charakterystyki amplitudowej i fazowej oraz określenie częstotliwości granicznej f_{gr} :

$$L = 20 \cdot log \frac{1}{\sqrt{1+(2 \cdot \pi \cdot f \cdot \tau)^2}}, \quad \varphi = -arctg(2 \cdot \pi \cdot f \cdot \tau), \quad f_{gr} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot \tau} \tag{2.19}$$

Właściwości dynamiczne czujników temperatury zależą od zasady ich pracy, konstrukcji mechanicznej, a także od warunków w których wykonywany jest pomiar. Orientacyjne wartości współczynnika przejmowania ciepła dla różnych ośrodków zamieszczono w tab. 2.1.

Tabela 2.1. Wartości współczynnika przejmowania ciepła dla różnych ośrodków

Ośrodek	α [W / (m^2·K)]
Powietrze	$6 \div 80$
Olej	$40 \div 600$
Woda	$200 \div 10000$
Kondensująca para wodna	$3000 \div 25000$

Dla powietrza i wody wartość α zależy od ich liniowej prędkości przepływu v [m/s] i wyraża się przybliżonymi zależnościami:

- dla powietrza: $\alpha = 2{,}5 + 12{,}6 \cdot \sqrt{v}, \ W/(m^2 \cdot K)$,
- dla wody: $\alpha = 376 + 2261 \cdot \sqrt{v}, \ W/(m^2 \cdot K)$.

W przypadku konieczności pomiaru temperatur szybkozmiennych oraz braku możliwości zmniejszenia bezwładności cieplnej czujnika, można zastosować układy korekcyjne poprawiające charakterystykę amplitudową w zakresie większych częstotliwości.

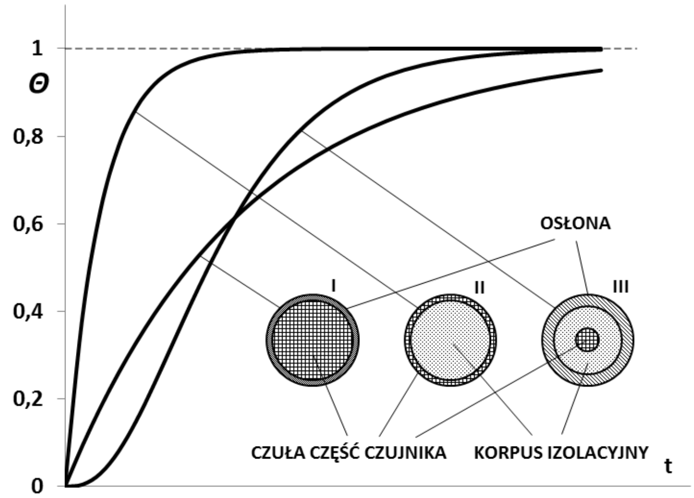
3. WŁAŚCIWOŚCI DYNAMICZNE RZECZYWISTYCH CZUJNIKÓW

Właściwości dynamiczne rzeczywistych czujników temperatury pod wieloma względami odbiegają od właściwości czujnika idealnego. Można wymienić tutaj takie przyczyny jak: skończona wartość przewodności cieplnej materiału czujnika λ, zmiany przejmowalności cieplnej α miedzy czujnikiem a badanym ośrodkiem zachodzące wraz ze zmianami temperatury lub prędkości przepływu ośrodka, wymiana ciepła między czujnikiem temperatury a ośrodkiem innym niż badany, możliwość oddziaływania czujnika na badany ośrodek (np. gdy pojemność cieplna czujnika jest znacznie większa od pojemności cieplnej ośrodka), deformacja pola temperatur badanego ośrodka.

W rzeczywistych termometrach można określić tę część, która warunkuje wskazania przyrządu, np.: w termometrach cieczowych, gdy grubość warstwy szkła jest pomijalnie mała, będzie to masa cieczy zamknięta w bańce; w nieosłoniętych czujnikach rezystancyjnych z uzwojeniem nawiniętym na korpusie izolacyjnym będzie to powierzchnia czujnika; w termometrach w osłonie - środek (wnętrze) osłony.

W zależności od stosunku czasów $t_{0,9}$ / $t_{0,5}$ (rys. 3.1) czujniki rzeczywiste przyjęto dzielić na:

1. czujniki o działaniu objętościowym: $t_{0,9} / t_{0,5} \approx 3{,}32$,
2. czujniki o działaniu środkowym: $t_{0,9} / t_{0,5} < 3{,}32$,
3. czujniki o działaniu powierzchniowym: $t_{0,9} / t_{0,5} > 3{,}32$.



Rys. 3.1. Względne przebiegi zmian temperatury θ(2.16), w zależności od rodzaju czujnika: I – czujnik działania objętościowego, II – czujnik działania powierzchniowego, III – czujnik działania środkowego

Czujniki o działaniu objętościowym ($t_{0,9}$ / $t_{0,5} \approx 3{,}32$) opisuje się przyjmując założenie, że stanowią one człony inercyjne I-go rzędu, a ich właściwości opisuje się podając wartość stałej czasowej τ. Transmitancja operatorowa tak odwzorowanego czujnika ma postać transmitancji czujnika idealnego:

$$G(s) = \frac{K_T}{1 + s \cdot \tau} \tag{3.1}$$

Równanie opisujące odpowiedź czujnika na skok jednostkowy ma postać:

$$T = T_0 + (T_k - T_0) \cdot (1 - e^{-t/\tau}) \tag{3.2}$$

Czujniki o działaniu środkowym ($t_{0,9}$ / $t_{0,5} < 3{,}32$). Właściwości dynamiczne takich czujników opisuje się na trzy sposoby:

a) przez podanie jednej stałej czasowej τ wyznaczonej w ten sam sposób jak dla czujników objętościowych. Jest to metoda często stosowana lecz mało dokładna.
b) przez podanie: czasu opóźnienia τ_0 i stałej czasowej τ.

Transmitancja zastępcza członu inercyjnego I rzędu z opóźnieniem ma postać:

$$G(s) = K_T \cdot \frac{e^{-s \cdot \tau_0}}{(1 + s \cdot \tau)} \tag{3.3}$$

zaś odpowiedź na skok jednostkowy wyraża się funkcją:

$$\begin{cases} T = T_0 & dla \;\; t < \tau_0 \\ T = T_k \cdot \left(1 - e^{-(t - t_0)/\tau}\right) & dla \;\; t \geq \tau_0 \end{cases} \tag{3.4}$$

c) przez podanie wartości dwóch stałych czasowych τ_1 i τ_2, co odpowiada założeniu, że czujnik stanowi połączone szeregowo dwa, nie oddziałujące na siebie, człony inercyjne pierwszego rzędu. Transmitancja zastępcza czujnika ma wtedy postać:

$$G(s) = K_T \cdot \frac{1}{(1 + s \cdot \tau_1) \cdot (1 + s \cdot \tau_2)} \tag{3.5}$$

a odpowiedź na wymuszenie skokowe jest opisane zależnością:

$$T = T_0 + (T_k - T_0) \cdot \left[1 - \frac{\tau_1}{\tau_1 - \tau_2} \cdot e^{-t/\tau_1} + \frac{\tau_2}{\tau_1 - \tau_2} \cdot e^{-t/\tau_2} \right] \tag{3.6}$$

Czujniki o działaniu powierzchniowym ($t_{0,9} / t_{0,5} > 3{,}32$) opisuje się na dwa sposoby:

a) przez podanie jednej stałej czasowej, traktując czujnik jako element inercyjny I-go rzędu.

b) przez podanie trzech stałych czasowych τ_1, τ_2 i τ_3, stosując transmitancję operatorową czujnika w postaci:

$$G(s) = K_T \cdot \frac{1 + s \cdot \tau_3}{(1 + s \cdot \tau_1) \cdot (1 + s \cdot \tau_2)} \tag{3.7}$$

której odpowiedź skokowa wyrażona jest zależnością:

$$T = T_k \cdot \left[1 - \frac{\tau_1 - \tau_3}{\tau_1 - \tau_2} \cdot e^{-t/\tau_1} + \frac{\tau_2 - \tau_3}{\tau_1 - \tau_2} \cdot e^{-t/\tau_2} \right] \tag{3.8}$$

W tab. (3.1…3.3) zestawiono wartości stałych czasowych czujników o różnej budowie i różnych producentów. Wyraźnie widać, że na wartość stałej czasowej ma wpływ przejmowalność ciepła α (porównanie dla wody i dla powietrza). Osłony ochronne wyraźnie pogarszają dynamikę pomiaru. Czujniki wykonane jako termoelementy płaszczowe nawet po umieszczeniu w osłonie wysokociśnieniowej mają zdecydowanie mniejsze stałe czasowe w porównaniu z termoelementami drutowymi. Czujniki termoelektryczne o tych samych wymiarach osłon ochronnych mają lepsze właściwości dynamiczne niż z czujnikami rezystancyjnymi.

Tabela 3.1. Stałe czasowe czujników rezystancyjnych i termoelektrycznych izolowanych.

Czujnik z osłoną o wymiarach [mm] (średnica rury x grubość ścianki)	Stała czasowe [s]			
	woda 0,4 m/s		powietrze 1,0 m/s	
	$t_{0,5}$	$t_{0,9}$	$t_{0,5}$	$t_{0,9}$
Osłona z rury stalowej 1H18N9T				
3 x 0,25*	7	19	35	95
4 x 0,35*	12	32	45	125
5 x 0,35*	17	45	70	190
6 x 0,35*	22	61	80	235
6 x 0,50	12	55	90	260
8 x 0,60	20	85	125	360
8 x 0,60*	27	72	105	310
10 x 1,5	35	100	150	400
10 x 1,6*	35	96	140	375
12 x 1,5	45	155	180	450
12 x 2*	51	138	165	420
15 x 1,5	57	170	190	490
22 x 2	130	480	480	1200
Osłona ceramiczna				
6 x 1	20	55	75	180
10 x 2	30	92	100	270
15 x 2	42	125	220	580

Tablela 3.2. Stałe czasowe czujników płaszczowych.

Średnica termoelementu, Ø [mm]	Stała czasu [s]			
	woda 0,2 m/s		powietrze 2,0 m/s	
	$t_{0,5}$	$t_{0,9}$	$t_{0,5}$	$t_{0,9}$
Spoina uziemiona				
0,25	0,01	0,06	0,9	2
0,5	0,03	0,10	1,8	6
1	0,06	0,18	3	10
1,5	0,13	0,4	8	25
3	0,22	0,75	23	80
4,5	0,45	1,6	33	110
6	0,55	2,60	55	185
8	0,80	3,90	80	250
Spoina izolowana				
0,5	0,06	0,13	1,8	6
1	0,15	0,5	3	10
1,5	0,21	0,6	8	25
3	1,2	2,9	26	88
4,5	2,5	5,9	37	120
6	4	9,6	60	200
8	6,5	14	95	290

Tablela 3.3. Stałe czasowe czujników ze wzoru 3.7 otrzymane drogą analizy numerycznej modelu czujnika uwarstwionego.

Wartość stałej czasowej [s]	Model czujnika w osłonie mosiężnej		
	nieoblodzonego	oblodzonego	oszronionego
τ_1	34.0	48.0	55.0
τ_2	1.65	2.23	1.95

4. IDENTYFIKACJA DYNAMICZNYCH PARAMETRÓW RZECZYWISTYCH CZUJNIKÓW

Aktualnie obowiązująca norma PN-EN 60751:2009 podaje sposób określenia czasu odpowiedzi czujnika poprzez rejestrację odpowiedzi jednostkowej czujnika. Wymuszenie skoku jednostkowego polega na szybkim przeniesieniu czujnika z ośrodka o temperaturze otoczenia do innego ośrodka o temperaturze niższej lub wyższej w następujących warunkach:

„Jeżeli czas odpowiedzi jest mierzony przy zmianie temperatury otaczającego czynnika, to czas osiągnięcia przez czynnik 50% wartości całkowitej zmiany temperatury medium pomiarowego nie powinien przekraczać 1/10 wartości $\tau_{0,5}$. Jeżeli czas odpowiedzi mierzony jest przez zanurzenie termometru w czynniku o innej temperaturze, to czas osiągnięcia przez termometr końcowej głębokości zanurzenia nie powinien przekraczać 1/10 wartości $\tau_{0,5}$ czujnika. Czas odpowiedzi przyrządu rejestrującego nie powinien przekraczać 1/5 wartości $\tau_{0,5}$. Każda z wartości charakterystycznych w badaniu, powinna być obliczana jako średnia wartość z co najmniej trzech pomiarów, z których każda mieści się typowo w ±10% wartości średniej. Użytkowym przekrojem kanału badawczego jest część faktycznego przekroju z odpowiednio równomierną temperaturą i równomiernym rozkładem prędkości. Badany termometr należy umieścić pośrodku kanału badawczego, z osią w płaszczyźnie prostopadłej do kierunku przepływu. Szerokość kanału powinna być równa lub większa niż dziesięciokrotna średnica termometru.”

Tabela 4.1. Warunki badania stałej czasowej czujnika wg. PN - EN 60751:2009.

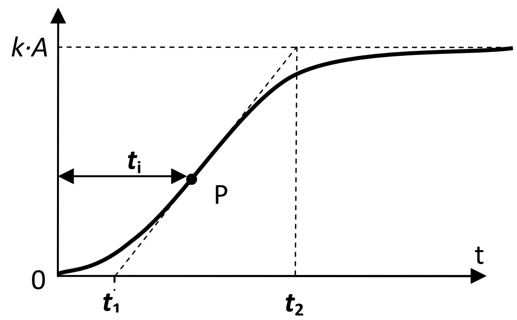
W powietrzu:
Prędkość przepływu: 3 ± 0,3 m/s,
Temperatura początkowa: od 10°C do 30°C,
Skok temperatury: od 10°C do 20°C,
Minimalna głębokości zanurzenia: długość części czułej + 15 średnic czujnika lub gł. konstrukcyjna.
W wodzie:
Prędkość przepływu: 0,4 ± 0,05 m/s,
Temperatura początkowa: od 5°C do 30°C,
Skok temperatury nie większy niż: 10°C,
Stabilność temperatury końcowej: ±1% wartości skoku temperatury,
Czas osiągnięcia temperaury 50%
Minimalna głębokości zanurzenia: długość części czułej + 5 średnic czujnika lub gł. konstrukcyjna.

Spełnienie przewidzianych przez normę warunków jest trudne i wymaga specjalnego stanowiska badawczego. Z zadawalającą dokładnością dla potrzeb przemysłowych, można dokonać identyfikacji parametrów dynamicznych rzeczywistych czujników w uproszczony sposób.

4.1. Identyfikacja metodą graficzną

W przypadku odpowiedzi skokowej obiektów o kształcie podobnym do przedstawionego na rys. 4.1 często spotykanym sposobem określenia parametrów jest skorzystanie z przybliżonego modelu transmitancji elementu *n*-tego rzędu, z jedną stałą czasową τ i opóźnieniem τ_0 , o postaci:

$$G(s) = \frac{k \cdot A \cdot e^{-\tau_0 \cdot s}}{(1 + s \cdot \tau)^n} \tag{4.1}$$



Rys. 4.1. Graficzna metoda identyfikacji transmitancji elementów inercyjnych wyższych rzędów

Kolejność czynności jest następująca:

1. Znajduje się punkt przegięcia P i przeprowadza się styczną. Następnie odczytuje się czasy t_1, t_2 oraz t_i. Punkt przegięcia P otrzymanej krzywej można znaleźć poprzez obliczenie dla każdej zarejestrowanej próbki wartości ilorazu różnicowego - wystąpi on w miejscu gdzie wartość ilorazu różnicowego jest największa.
2. Oblicza się stosunek t_1/t_2 i z tab. 4.2 odczytuje się rząd transmitancji zastępczej n. Jeżeli obliczone t_1/t_2 znajduje się pomiędzy dwoma wierszami tabeli, należy zmniejszyć wartość t_1 przez założenie opóźnienia τ_0 i policzyć $(t_1-\tau_0)/t_2$.
3. Stałą czasową τ obiektu wyznacza się na podstawie kolumny t_i/τ (np. jeżeli t_i=0,5s, a t_i/τ dla rzędu n = 3 wynosi 2, to $0,5/\tau = 2$, czyli $\tau = 0,25$s). Analogicznie można zrobić to samo dla kolumny t_1/τ lub t_2/τ.
4. Współczynnik wzmocnienia statycznego k wyznacza się ze stosunku wartości ustalonych odpowiedzi i wymuszenia A.
5. Mając dane k, n, τ, τ_0 można napisać transmitancję operatorową obiektu (4.1)

Tabela 4.2. Wartości parametrów do określenia transmitancji zastępczej

n	t_1/t_2	t_2/τ	t_1/τ	t_i/τ
1	0	1	0	0
2	0,104	2,718	0,282	1
3	0,218	3,695	0,805	2
4	0,319	4,463	1,425	3
5	0,41	5,119	2,100	4
6	0,493	5,699	2,811	5
7	0,570	6,226	3,549	6
8	0,642	6,711	4,307	7
9	0,709	7,164	5,081	8
10	0,773	7,590	5,869	9

Po określeniu transmitancji zastępczej, można dla otrzymanego modelu wykreślić przebieg odpowiedzi jednostkowej. Oryginały transmitancji modelu zamieszczono w tab. 4.3.

Tabela 4.3. Transformaty odwrotne modelu transmitancji z jedną stała czasową.

Transformata Y(s)	Oryginały(t)
$Y(s)=\dfrac{k\cdot A}{s\cdot(1+s\cdot\tau)}$	$k\cdot A\cdot\left(1-exp\left(-\dfrac{t}{\tau}\right)\right)$
$Y(s)=\dfrac{k\cdot A}{(1+s\cdot\tau)^2}$	$k\cdot A\cdot\left(1-\dfrac{1}{\tau}\cdot exp\left(-\dfrac{t}{\tau}\right)\cdot(\tau+t)\right)$
$Y(s)=\dfrac{k\cdot A}{(1+s\cdot\tau)^3}$	$k\cdot A\cdot\left(1-\dfrac{1}{2\cdot\tau^2}\cdot exp\left(-\dfrac{t}{\tau}\right)\cdot\left(2\cdot\tau^2+2\cdot\tau\cdot t+t^2\right)\right)$
$Y(s)=\dfrac{k\cdot A}{(1+s\cdot\tau)^4}$	$k\cdot A\cdot\left(1-\dfrac{1}{6\cdot\tau^3}\cdot exp\left(-\dfrac{t}{\tau}\right)\cdot\left(6\cdot\tau^3+6\cdot\tau^2\cdot t+3\cdot\tau\cdot t^2+t^3\right)\right)$
$Y(s)=\dfrac{k\cdot A}{(1+s\cdot\tau)^5}$	$k\cdot A\cdot\left(1-\dfrac{1}{24\cdot\tau^4}\cdot exp\left(-\dfrac{t}{\tau}\right)\cdot\left(24\cdot\tau^4+24\cdot\tau^3 t+12\,\tau^2 t^2+4\tau\cdot t^3+t^4\right)\right)$

Niestety, oszacowania stałej czasowej na podstawie ilorazu różnicowego obarczone jest dużym błędem. Już przy nieznacznie zakłóconym sygnale wyjściowym problemem staje się określenie równania stycznej w punkcie przegięcia. Rozwiązaniem tego problemu byłoby uśrednianie wartości branych do obliczeń.

4.2. Identyfikacja metodą aproksymacji średniokwadratowej

Aproksymacja oznacza przybliżanie. W ogólnym przypadku aproksymacja funkcji polega na zastępowaniu funkcji *f* przez inną funkcję *g* należącą do ustalonej klasy (np. będącą wielomianem), która w pewnym sensie najlepiej przybliża funkcję *f*. Funkcję *f* nazywamy funkcją *aproksymowaną,* a funkcję *g* - funkcją *aproksymującą*. Powodem do sformułowania zadania aproksymacji może być np. to, że funkcja *f* jest określona niewygodnym w praktyce wzorem analitycznym lub to, że znamy tylko wartości tej funkcji dla skończonego zbioru argumentów, np. wartości odczytanych w trakcie pomiaru.

Zadanie aproksymacji można sformułować jako poszukiwanie takiego parametru funkcji aproksymującej, dla którego błąd aproksymacji, w sensie odległości generowanej przez pewną normę w przestrzeni będzie najmniejszy. Parametr ten nazywamy elementem optymalnym i mówimy wówczas, że funkcja aproksymująca jest najbliższa funkcji aproksymowanej w sensie przyjętej normy. Przy formułowaniu zadania aproksymacji istotne znaczenie ma wybór normy i rodzaju przestrzeni unormowanej. Składowymi wektora zmiennych decyzyjnych mogą być: liczby (w przestrzeni Euklidesa) lub funkcje (w przestrzeni Hilberta). Ze względu na kryterium wykorzystane do określenia wartości błędu aproksymacji stosuje się metody minimalno-odległościowe.

W zależności od sposobu „mierzenia” błędu aproksymacji najczęściej stosuje się jej dwa zasadnicze rodzaje: aproksymację jednostajną (mini-max – minimalna wartość błędu maksymalnego) i aproksymację średniokwadratową (minimalna wartość sumy kwadratów błędu).

W aproksymacji jednostajnej zakładamy, że funkcja aproksymowana oraz funkcja aproksymująca są określone i ciągłe na przedziale $[a\,;b]$. Błąd aproksymacji jest mierzony za pomocą normy Czebyszewa:

$$\|g-f\|=\max_{a\le x\le b}\|g(x)-f(x)\| \tag{4.2}$$

W aproksymacji średniokwadratowej wyróżniamy dwa przypadki. Jeśli funkcja aproksymowana $y = f(x)$ jest określona i ciągła na przedziale $[a\,;b]$, to mamy do czynienia z aproksymacją średniokwadratową ciągłą. W tym przypadku błąd aproksymacji określony jest wzorem:

$$\|g - f\| = \int_a^b [g(x) - f(x)]^2 dx \tag{4.3}$$

Jeśli funkcja aproksymowana $y = f(x)$ jest *funkcją dyskretną,* tzn. jej znane wartości można przedstawić za pomocą tabeli, to mamy przypadek *aproksymacji średniokwadratowej dyskretnej (punktowej)*, dla której błąd aproksymacji zdefiniowany jest wzorem:

$$\|g - f\| = \sum_{i=0}^{n} \left[g(x_i) - f(x_i)\right]^2 \tag{4.4}$$

Metoda najmniejszej sumy kwadratów (*least squares method - LSM*) została zaproponowana przez A. Lagendre'a w 1805r i wsparta przez C.F. Gaussa założeniem o normalnym rozkładzie błędów w 1809 r. W przypadku, gdy błędy obserwacji są od siebie niezależne i przyjmują rozkład normalny, metoda ta daje estymatory o najmniejszej wariancji, które nie wprowadzają błędów systematycznych (czyli są nieobciążone) i w tym sensie jest to metoda optymalna spośród innych metod dających estymatory nieobciążone.

Zgodnie z założeniami tej metody słuszne jest twierdzenie, że: *„jeżeli suma kwadratów różnic między rzędnymi punktów wyznaczonych z pomiarów i rzędnymi odpowiadających im punktów leżących na hipotetycznej krzywej osiąga minimum, to taka krzywa z największym prawdopodobieństwem, przybliża wartości prawdziwe*".

Tak więc, aby znaleźć interesujące nas parametry modelu matematycznego, należy wykonać minimalizację funkcji błędu, przy czym nie interesuje nas ostateczna, najmniejsza wartość tego błędu, a jedynie optymalne wartości parametrów funkcji aproksymującej.

W rozpatrywanym zagadnieniu, punkty pomiarowe u_k układają się wzdłuż krzywej typu:

$$U = \mu \cdot e^{\alpha} \tag{4.5}$$

Chcąc wyznaczyć amplitudę skoku jednostkowego i stałą czasową metodą aproksymacji średniokwadratowej, należy opracować program do wyznaczenia optymalnych wartości μ i α minimalizując funkcję błędu:

$$W(\mu,\alpha) = \sum_{k=1}^{n} \left(\mu \cdot e^{\alpha} - u_k\right)^2 \to min \tag{4.6}$$

Typowe postępowanie zgodne z metodyką prowadzącą do minimalizacji funkcji prowadzi do układu równań:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial W}{\partial \mu} = 2 \cdot \sum\limits_{k=1}^{n} \left(\mu \cdot e^{\alpha} - u_k\right) \cdot e^{\alpha} = 0 \\ \dfrac{\partial W}{\partial \alpha} = 2 \cdot \sum\limits_{k=1}^{n} \left(\mu \cdot e^{\alpha} - u_k\right) \cdot \mu \cdot e^{\alpha} = 0 \end{cases} \tag{4.7}$$

Jest to nieliniowy układ równań algebraicznych trudny do rozwiązania metodą analizy matematycznej. Mimo określonych trudności, jest to jeden z prostszych przypadków minimalizacji funkcji błędu, ponieważ: jest to funkcja dwuwymiarowa, unimodalna (w każdym z przekrojów posiada tylko jedno minimum) oraz dana jest jej postać analityczna. W wielu przypadkach takie właściwości nie zachodzą.

Do rozwiązywania tego typu zagadnień można wykorzystać program Solver - dodatek programu MS Excel.

4.3. Aproksymacja odpowiedzi czujnika jako obiektu inercyjnego z opóźnieniem

Aby w zagadnieniu aproksymacji średniokwadratowej uwzględnić opóźnienie obiektu τ_0, należy zapisać funkcję aproksymującą w postaci analitycznej. Analityczny zapis funkcji skoku jednostkowego, która dla czasów $t < \tau_0$ daje wartość zero, oraz dla czasów $t > \tau_0$ wartość 1 sprawia pewien kłopot. Dlatego, na przykładzie elementu inercyjnego pierwszego rzędu z opóźnieniem, funkcję aproksymującą możemy zapisać jako:

$$T_a = T_0 + (T_k - T_0) \cdot \left(Abs\left(1 - exp\left(\frac{t-\tau_0}{\tau} \right) \right) + \left(1 - exp\left(\frac{t-\tau_0}{\tau} \right) \right) \right) / 2 \qquad (4.8)$$

gdzie: *Abs*(*zmienna*) - funkcja zwracająca wartość bezwzględną zmiennej,

T_a - wartość aproksymowanej temperatury,

T_0 , T_k - wartości temperatury czujnika początkowej i końcowej,

t - czas (zmienna niezależna),

τ_0 - czas opóźnienia,

τ - stała czasowa czujnika idealnego.

Poszukując najlepszego odwzorowania odpowiedzi skokowej obiektu jako czujnika z opóźnieniem, nakazujemy programowi Solver odnaleźć wartości parametrów: τ, τ_0 funkcji (4.8) – $T_a(t, \tau, \tau_0)$, tak aby suma kwadratów błędu aproksymacji była najmniejsza:

$$\Delta = \sum_{i=0}^{n} \left[T_a(t_i, \tau, \tau_0) - T(t_i) \right]^2 \rightarrow min \qquad (4.9)$$

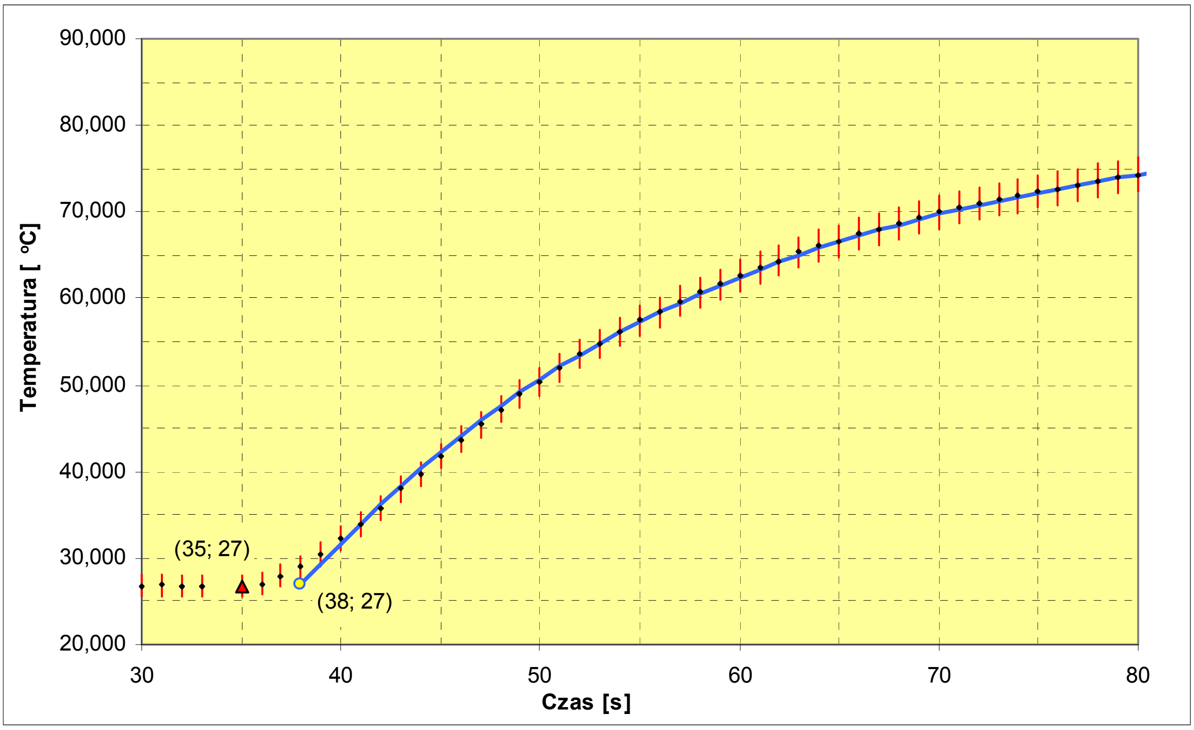
gdzie: T - wartość mierzonej temperatury,

W tab. 4.3 zamieszczono parametry modelu czujnika otrzymane metodą aproksymacji średniokwadratowej. Krzywą aproksymującą na tle zarejestrowanych wartości, zamieszczono na rys. 4.2.

Tabela 4.3. Parametry w modelu czujnika z opóźnieniem otrzymane metodą aproksymacji LSM

Wartości odczytane z przebiegu		Wartości znalezione metodą aproksymacji	
Czas zanurzenia czujnika t_0 [s]	35	Przybliżony czas początku narastania temperatury t_{0a} [s]	38,1
Temperatura początkowa(1) T_0 [°C]	27,0	Temperatura początkowa T_{0a} [°C]	28,0
Temperatura końcowa(1) T_k [°C]	81,7	Temperatura końcowa T_{1a} [°C]	81,6
		Stała czasowa τ [s]	20,9
(1) – *wartości średnie z 10 pomiarów*			

Czas opóźnienia: $\tau_0 = t_{0a} - t_0 = 38,1 - 35 = 3,1\ s$



Rys. 4.2. Przebieg wartości temperatury czujnika zarejestrowanej (czarne punkty) oraz temperatury aproksymowanej (niebieska linia), z zaznaczonymi chwilami początkowymi: zanurzenia i początku narastania funkcji aproksymującej.

Choć dopasowanie odpowiedzi skokowej modelu czujnika z opóźnieniem do odpowiedzi skokowej identyfikowanego obiektu wydaje się wizualnie bardziej dokładne niż określenie parametrów czujnika jako obiektu wyższego rzędu, to dobór nastaw regulatorów na tej podstawie nie daje dobrych wyników, ponieważ:

- nastawy regulatora obliczone na podstawie parametrów takiego - wydawałoby się dokładnego modelu czujnika z opóźnieniem, prowadzą do nadmiernie spowolnionych przebiegów przejściowych w zamkniętym układzie regulacji,
- użycie modelu czujnika z opóźnieniem do prognozowania zachowania się zamkniętego układu regulacji przy dowolnych nastawach regulatora prowadzi do gorszych wyników niż modelowanie obiektem inercyjnym I-go rzędu (wizualnie mniej dokładnym).

Dla poprawnego modelowania właściwości dynamicznych obiektu, dla potrzeb syntezy układu regulacji, ważniejsze jest dokładniejsze odwzorowanie początku narastania odpowiedzi skokowej obiektu niż wierne odwzorowanie sposobu dochodzenia tej odpowiedzi do stanu ustalonego.

Przedstawione metody są stosunkowo proste, ale uzyskane wyniki mają niezbyt dużą dokładność. Większą dokładnością charakteryzują się metody częstotliwościowe polegające na rejestrowaniu odpowiedzi czujnika na wymuszenie sinusoidalnie o różnej częstotliwości.

Obecnie prowadzone są badania nad jeszcze bardziej zaawansowanymi metodami identyfikacji parametrów dynamicznych rezystancyjnych czujników temperatury, które wykorzystują wieloczęstotliwościowe sygnały binarne (ang. *Multifrequancy Binary Signals*, MBS) z wymuszeniami zewnętrznymi oraz wewnętrznymi. Wymuszenie wewnętrzne polega na podgrzaniu rezystancyjnego czujnika temperatury ciepłem wydzielonym przez przepływający prąd pomiarowy. Sposób ten umożliwia badanie właściwości dynamicznych czujnika bez demontażu czujnika, a więc w miejscu zainstalowania. Uważa się bowiem, że identyfikacja taka dostarcza więcej ważnych informacji, niż identyfikacja klasyczna - metodą wymuszenia zewnętrznego.

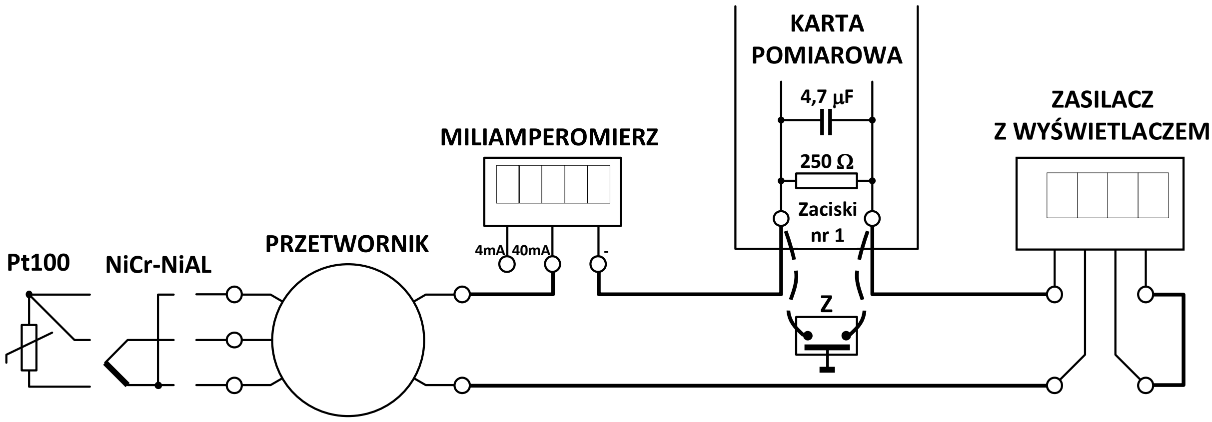
5. PRZEBIEG ĆWICZENIA LABORATORYJNEGO

Celem ćwiczenia jest określenie właściwości dynamicznych układu czujnika i przetwornika przeznaczonego do pomiaru temperatury wykorzystującego termoelement typu K (NiCr-NiAl – chromel-alumel) oraz czujnik rezystancyjny Pt100. W szczególności należy wyznaczyć parametry zastępczej transmitancji przybliżającej wg kryterium średniokwadratowego odpowiedź badanego układu na skokową zmianę temperatury.

W ćwiczeniu są wykorzystane różnego typu przetworniki pomiarowe z czujnikami termoelektrycznymi i termorezystancyjnymi o różnych zakresach pomiaru temperatury. Zakresy te należy ustalić przed przystąpieniem do ćwiczenia na podstawie: DTR, informacji umieszczonej na przetworniku lub podanej przez prowadzącego. Wszystkie przetworniki posiadają sygnał wyjściowy (4..20)mA (pętla prądowa).

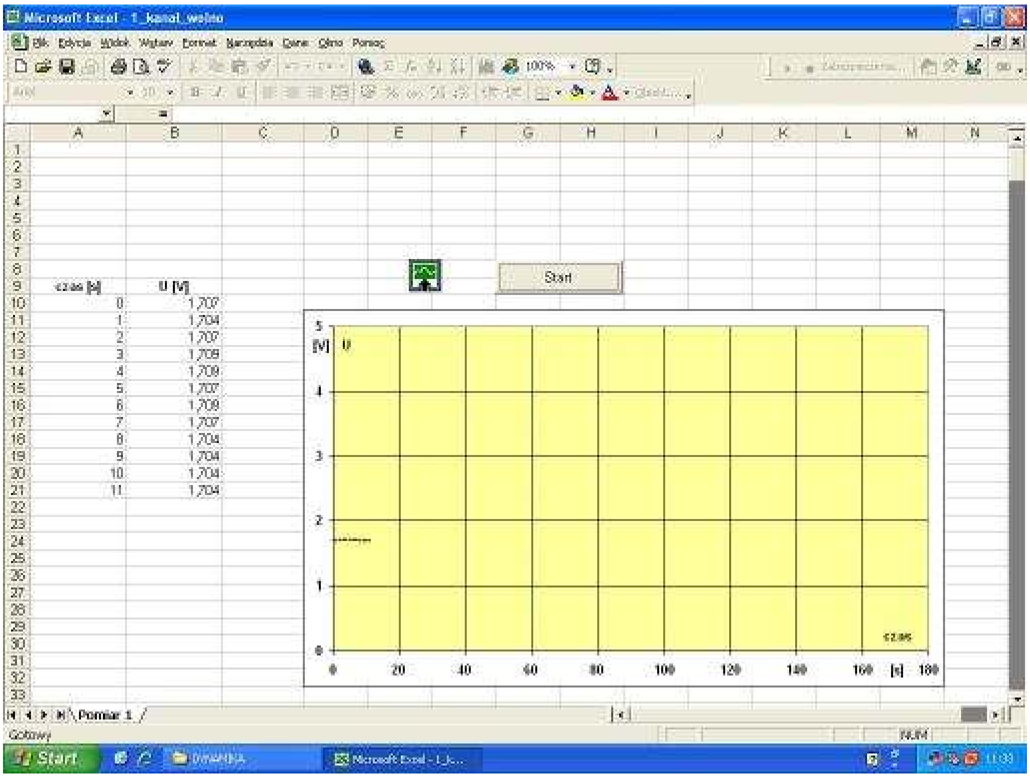
5.1. Kolejność wykonywanych czynności

1. Przygotować dwa naczynia wypełnione w 4/5 wodą. Jedno z nich (stalowy garnek z pokrywką) umieścić na kuchence indukcyjnej – *„naczynie z gorącą wodą"*, drugie z naczyń umieścić obok – *„naczynie z zimną wodą"*.
2. Dla wskazanego przez prowadzącego laboratorium zestawu pomiarowego, wykorzystując dokumentacje techniczno-ruchowe (DTR), należy połączyć układ pomiarowy. Ogólny schemat połączeń układu pomiarowego, dla różnych typów czujników i przetworników pomiarowych, przedstawiono na rys. 5.1. Należy dobrać właściwe długości przewodów łączących oraz zwrócić szczególną uwagę na staranność połączeń stykowych. Badany czujnik pomiarowy powinien znajdować się w *„naczyniu z zimną wodą"*.



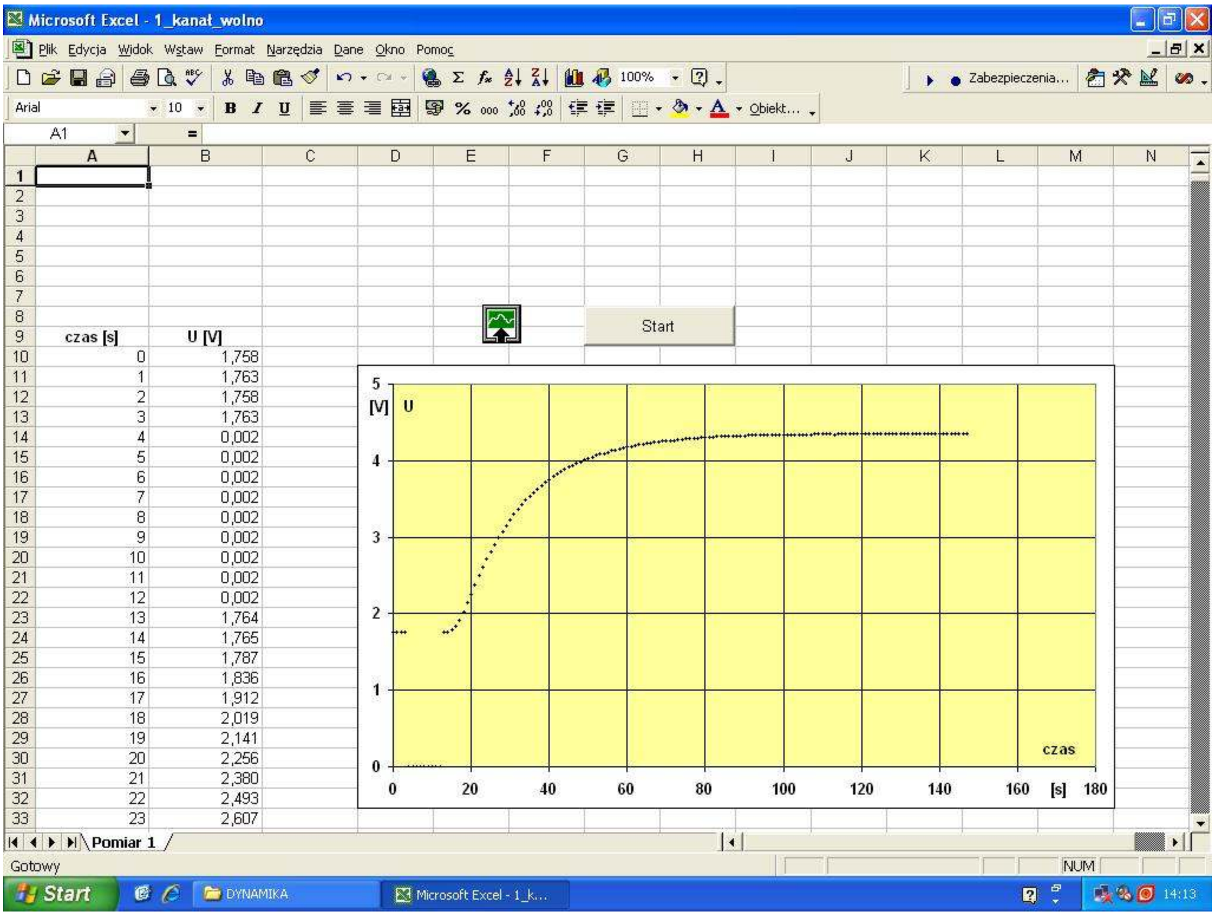
Rys. 5.1. Schemat połączeń układu pomiarowego, dla różnych typów czujników i przetworników pomiarowych; Z – przycisk zwierny

3. Ocenić czy układ jest prawidłowo połączony. Załączyć napięcia zasilające zasilacz. Sprawdzić czy wszystkie połączenia stykowe są prawidłowe i nie wnoszą jakichkolwiek zakłóceń. Dokonać pomiaru temperatury wody T_0 w *„naczyniu z zimną wodą"*, odczytać wskazania wyświetlacza i oszacować czy pomiar ten jest poprawny.
4. Uruchomić komputer z kartą pomiarową. Na Pulpicie z katalogu DYNAMIKA uruchomić arkusz MS Excel o nazwie: 1_kanał_wolno.xls, gdy należy spodziewać się, że badany układ pomiarowy będzie stosunkowo wolno reagował na zmiany temperatury, lub 1_kanał_szybko.xls, gdy należy spodziewać się, że badany czujnik pomiarowy będzie stosunkowo szybko reagował na zmiany temperatury. Po naciśnięciu przycisku  uruchomiona zostaje rejestracja pomiarów z okresem próbkowania: 1s – 1_kanał_wolno lub 0,25 s – 1_kanał_szybko oraz liczbą próbek w buforze: 4 (rys. 5.2).



Rys. 5.2. Widok ekranu po uruchomienie pomiaru temperatury w *„naczyniu z zimną wodą”*

5. Sprawdzić czy wartość rejestrowanych napięć jest dodatnia, jeżeli nie, to należy zamienić biegunowości zacisków nr 1 na pulpicie łączeniowym terminala zaciskowego KARTY POMIAROWEJ, uprzednio wyłączając zasilanie pętli prądowej badanego układu pomiarowego.
6. Na kuchence indukcyjnej postawić *„naczynie z gorącą wodą”*. Ustawić statyw do podtrzymania badanego czujnika pomiarowego w odpowiedniej wysokości nad naczyniem, tak aby czujnik był zanurzony wystarczająco głęboko, a jednocześnie nie dotykał ścianek naczynia. Przykryć naczynie pokrywką, a następnie załączyć kuchenkę indukcyjną.
7. Po stwierdzeniu, że woda już się gotuje, wyjąć czujnik pomiarowy z *„naczynia z zimną wodą”*, obetrzeć go suchą ściereczką i uruchomić pomiar przyciskiem Start. Ostrożnie zdjąć pokrywkę z *„naczynie z gorącą wodą”*. Po stwierdzeniu, że wartości napięcia rejestrowanego przez kartę pomiarową nie ulegają zmianie (ok. 12..16 pomiarów), zewrzeć przyciskiem Z zaciski nr 1 (rys. 5.1), wyłączyć kuchenkę indukcyjną, a następnie po odczekaniu ok. 4 s zanurzyć badany czujnik w *„naczyniu z gorącą wodą”* jednocześnie rozwierając przyciskiem Z zaciski nr 1 – zaznaczenie początku właściwego pomiaru. **Podczas tych czynności należy zachować szczególną ostrożność, ze względy na możliwość poparzenia wrzątkiem z *„naczynia z gorącą wodą”*.**
8. Odczekać, aż wartości napięcia rejestrowanego przez kartę pomiarową ustalą się i przyciskiem Stop zatrzymać pomiar. Ekran komputera powinien wyglądać podobnie, jak na rys. 5.3.



Rys. 5.3. Widok ekranu po zakończeniu pomiaru temperatury w *„naczyniu z gorącą wodą”*

Wyniki pomiarów w postaci kolumn A i B należy skopiować do oddzielnego arkusza i zapamiętać.

Należy zwrócić uwagę, że zarejestrowany przebieg jest odpowiedzią skokową całego toru pomiarowego, a czujnik jest tylko jednym z jego elementów.

5.2. Opracowanie wyników pomiarów

Wyniki pomiarów należy wykorzystać do określenia parametrów opisujących właściwości dynamiczne badanego czujnika temperatury. Zakładając liniowość (proporcjonalność) przetwarzania temperatury na prąd (pętla prądowa – (4..20)mA), a następnie na spadek napięcia na rezystorze 250 Ω (rys. 5.1) rejestrowany przez kartę pomiarową (kolumna B, rys. 5.3). Dlatego też do określenia właściwości dynamicznych badanego czujnika nie ma potrzeby przeliczania (przeskalowania) zarejestrowanych napięć na temperaturę. Do obliczeń aproksymacyjnych właściwości dynamicznych można bezpośrednio wykorzystać uzyskane wyniki pomiarów. W tym celu w arkuszu MS Excel należy przeprowadzić odpowiednie obliczenia oraz wykonać ilustrujące je wykresy (rys. 5.4).

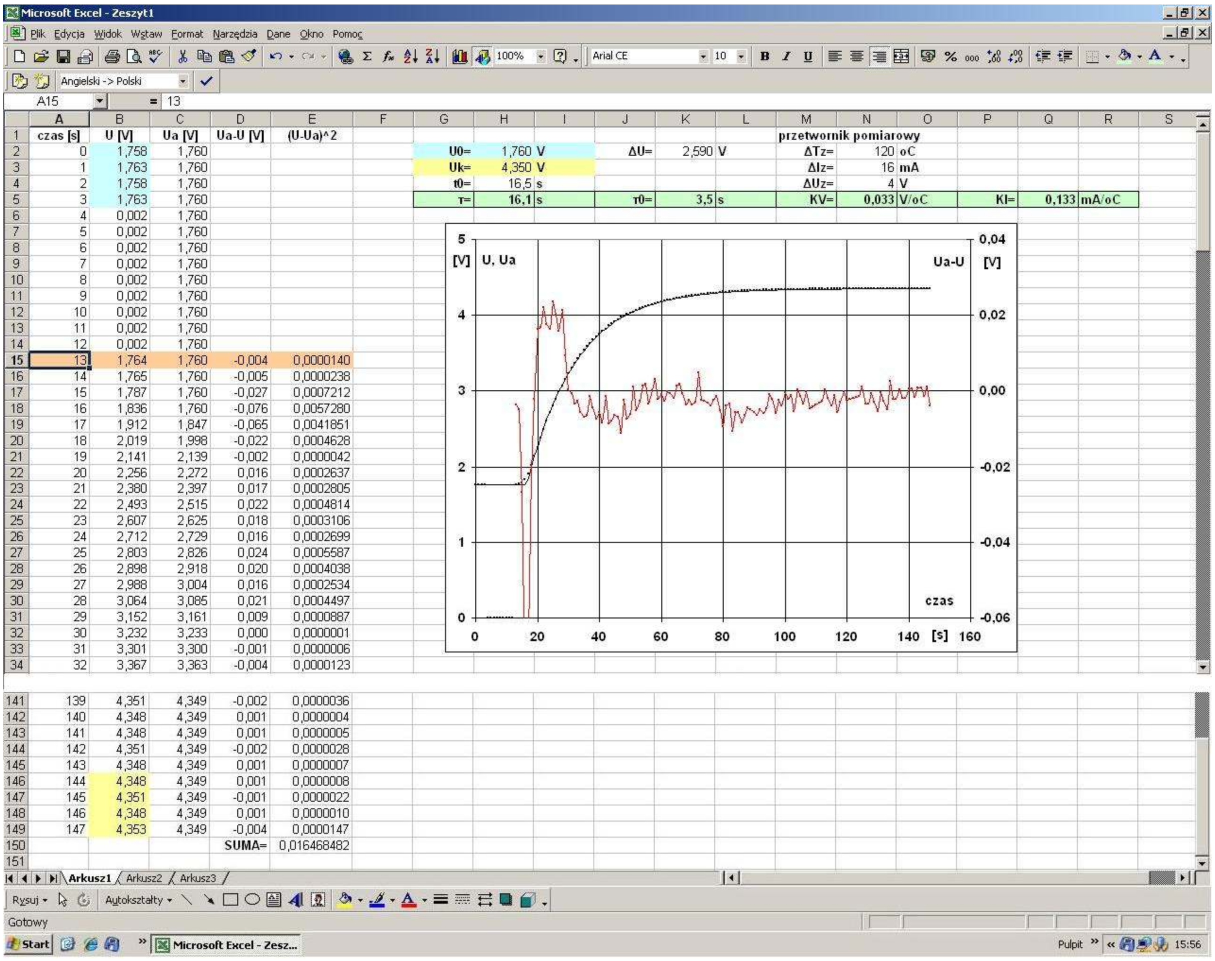
Kolumny A i B to skopiowane wyniki pomiarów. W kolumnie C umieszczono wyniki obliczeń zgodne z analogiczną do (4.8) zależnością:

$$U_a = U_0 + (U_k - U_0)\cdot\left(Abs\left(1 - exp\left(\frac{t-\tau_0}{\tau}\right)\right) + \left(1 - exp\left(\frac{t-\tau_0}{\tau}\right)\right)\right)/\,2 \qquad (5.1)$$

gdzie: U_a - wartość aproksymowanego napięcia,

U_0, U_k - wartości początkowego i końcowego napięcia,

pozostałe oznaczenia, jak dla (4.8).



Rys. 5.4. Wyniki obliczeń

Wartość U_0 obliczono jako średnią arytmetyczną z czterech początkowych pomiarów, natomiast U_k jest średnią arytmetyczną z czterech końcowych pomiarów. Aby obliczyć zgodnie z (5.1) U_a należy, jako początkowe dla procesu aproksymacji, przyjąć wartości przybliżone: opóźnienia t_0 (H4) oraz stałej czasowej τ (H5). Opóźnienie t_0 jest opóźnieniem określonym od początku pomiarów, od czas = 0 s i nie jest to opóźnienie z transmitancji (3.3) opisującej człon inercyjny pierwszego rzędu z opóźnieniem. Przybliżoną wartość opóźnienia jaką wnosi cały tor pomiarowy można określić, jako:

$$\tau_0 = t_0 - t_z \tag{5.2}$$

gdzie: t_z - czas zanurzenia czujnika pomiarowego do *„naczynia z gorącą wodą”*.

Posługując się dodatkiem Solver należy obliczyć takie wartości t_0 i τ, aby SUMA kwadratów różnic między pomiarem, a obliczeniami aproksymacyjnymi ($\Sigma(U_a\text{-}U)^2$) osiągnęła minimum, a następnie zgodnie z (5.2) obliczyć wartość opóźnienia τ_0.

Znając zakres pomiarowy przetwornika ΔTz, zakres zmian prądu ΔIz = 16 mA i odpowiadający mu zakres zmian spadku napięcia na rezystorze 250 Ω – ΔUz = 4 V, można określić współczynniki wzmocnienia zastępczych transmitancji: prądowej KI oraz napięciowej KV:

$$KI = \frac{\Delta T_z}{\Delta I_z} \qquad KV = \frac{\Delta T_z}{\Delta U_z} \tag{5.3}$$

Na podstawie przykładowych wyników obliczeń z rys. 5.4, zastępcza transmitancja napięciowa opisująca badany tor pomiarowy będzie miała postać:

$$G_V(s) = \frac{\Delta U}{\Delta T} = 0{,}033 \cdot \frac{e^{-3{,}5 \cdot s}}{\left(1 + 16{,}1 \cdot s\right)} \tag{5.4}$$

6. SPRAWOZDANIE Z ĆWICZENIA LABORATORYJNEGO

W sprawozdaniu z ćwiczenia laboratoryjnego należy umieścić w pierwszej części cel i zakres przeprowadzonego ćwiczenia.

Druga część powinna zawierać krótki opis przeprowadzonych pomiarów, najlepiej w postaci czytelnych wykresów (bez zrzutów ekranów!) oraz opracowanie i analiza wyników pomiarów.

Trzecia część sprawozdania to wnioski z przeprowadzonych pomiarów i ich analizy oraz uwagi dotyczące wykorzystania wyników pomiarów i obliczeń, ich dokładności oraz przebiegu samego ćwiczenia.