

International Ukraine-Poland Seminar

Power quality in distribution networks with distributed generation

Kiev, July 4-5, 2019

---

---

DOI: 10.32073/iepl.2019.09

**МОДЕЛЮВАННЯ КРИВИХ НАПРУГИ В ЕЛЕКТРИЧНИХ  
МЕРЕЖАХ З РІЗКОЗМІННИМ НАВАНТАЖЕННЯМ**

**Юрій Саснко, Тетяна Бараненко**

ДВНЗ «Приазовський державний технічний університет»

Abstract: The method of modeling the voltage envelope in networks with rapidly varying loads based on the spectral-correlation theory of stationary random processes is considered. The correlation functions parameters of voltage fluctuations generated by some types of technological installations with rapidly varying mode of operation are given. The mathematical model of electromagnetic processes occurring during the operation of rapidly varying loads allows solving a number of issues related to the calculation of voltage fluctuations in the practice of design and operation.

**1. ВСТУП**

Широке застосування в промисловості різкозмінних електричних навантажень тісно пов'язане з проблемою забезпечення електромагнітної сумісності і нормалізацією показників якості електроенергії. Крім виникнення коливань напруги, додаткових втрат електроенергії в системах електропостачання споживачів з різкозмінним режимом роботи також має місце поява гармонійних і інтергармонійних складових в спектрі напруги і струму. Це пов'язано як із застосуванням різних перетворювачів для живлення різкозмінних навантажень (наприклад, тиристорні приводи прокатних станів), так і нелінійною вольт-амперною характеристикою самих навантажень (дугові сталеплавильні печі (ДСП), зварювальні апарати і т. п.) [1-5]. Важливим аспектом є вибір коректних методів моделювання, які істотно залежать від характеру і особливостей модельованого процесу.

**2. ВИБІР МЕТОДУ МОДЕЛЮВАННЯ**

Розглянемо підхід до моделювання кривих напруги в електричних мережах з різкозмінним навантаженням. У загальному випадку до завдання моделювання напруги в електричних мережах можна підійти з таких позицій:

1. Напруги вважати незмінними в часі і їх величини задавати дискретно.

2. Напруги розглядати як процеси, що змінюються в часі, але детерміновані. При цьому закони зміни можна розглядати як періодичні процеси, що представляються, наприклад, рядом Фур'є.

3. Напруги розглядати як змінні випадкові процеси.

Численні дослідження показують, що величини напруг в електричних мережах не залишаються незмінними протягом тривалих проміжків часу. При цьому зміни в фазах можуть бути різними. Використання спектрального уявлення кривої напруги з урахуванням частотних характеристик досліджуваних об'єктів дозволяє в повній мірі врахувати вплив частоти зміни різних показників якості електроенергії при впливі неякісної електроенергії на різні види електрообладнання та технологічні процеси.

Одним із способів прогнозування величин електромагнітних завад є моделювання кривих напруги в електричних мережах з різкозмінним навантаженням, при цьому спотворення напруги слід розглядати як змінні випадкові процеси зі своїми законами розподілу, видами і параметрами кореляційних функцій. В цьому випадку для вирішення поставленого завдання необхідно відтворити реальні процеси зміни обвідної напруги з заданими і змінюваними в певних межах статистичними і деякими іншими характеристиками цих випадкових процесів.

Як відомо, основними необхідними характеристиками є кореляційна функція і спектральна характеристика. При цьому рішення задачі істотно спрощується, якщо розглянуті процеси зміни обвідної напруги характеризуються нормальним законом розподілу і є стаціонарними або кусочно-стаціонарними. У більшості практичних завдань останнє, як правило, виконується.

Розглянемо метод моделювання обвідної напруги в мережах з різкозмінним навантаженням, заснований на спектрально-кореляційній теорії стаціонарних випадкових процесів.

### 3. МОДЕЛЮВАННЯ ОБВІДНОЇ КРИВОЇ НАПРУГИ В МЕРЕЖАХ З РІЗКОЗМІННИМ НАВАНТАЖЕННЯМ

Відомо, що нормовані кореляційні функції  $k_U^*(\tau)$  для ділянок стаціонарності випадкових процесів  $U(t)$  зміни напруги досить добре апроксимуються виразами виду [6]:

$$k_U^*(\tau) = e^{-\alpha|\tau|} \cos \omega_0 \tau, \quad (1)$$

$$k_U^*(\tau) = e^{-\alpha|\tau|} \left( \cos \omega_0 \tau + \frac{\alpha}{\omega_0} \sin \omega_0 |\tau| \right), \quad (2)$$

де  $\alpha$  – коефіцієнт загасання кореляційної функції;  $\omega_0$  – власна частота кореляційної функції.

Діапазони зміни  $\alpha$  і  $\omega_0$  кореляційних функцій напруги видів (1) і (2), що створюються деякими типами технологічних агрегатів, наведені в табл. 1. Для несиметричних навантажень наведені параметри кореляційних функцій змін напруги прямої  $U_1$  (верхні значення) і зворотної  $U_2$  (нижні значення) послідовностей.

Таблиця 1. Параметри кореляційних функцій коливань напруги

Навантаження	Кореляційна функція виду (1)		Кореляційна функція виду (2)	
	$\alpha, \text{с}^{-1}$	$\omega_0, \text{с}^{-1}$	$\alpha, \text{с}^{-1}$	$\omega_0, \text{с}^{-1}$
Стан 950	0,190 - 0,430	0,590 - 1,270	0,410 - 0,760	0,620 - 1,310
Блюмінг 1150	0,330 - 0,410	0,980 - 1,310	0,380 - 0,630	1,050 - 1,430
Стан 250	0,036 - 0,074	0,870 - 1,110	0,640 - 0,960	0,130 - 0,210
ДСП-200	2,200 - 3,760	3,130 - 6,950	2,600 - 4,050	3,800 - 80,50
	2,980 - 5,920	3,560 - 7,620	4,210 - 6,120	4,300 - 8,170
Рудно-термічна піч	0,029 - 0,043	0,083 - 0,120	0,058 - 0,095	0,122 - 0,480
	0,090 - 0,130	0,170 - 0,250	0,120 - 0,260	0,230 - 0,640

Для наближеного визначення ординат реалізації випадкової функції  $u(t)$ , що має відому кореляційну функцію  $k_U^*(\tau)$ , скористаємося інтегралом Дюамеля:

$$u_{вих}(t) = \int_0^t h(\tau) u_{вх}(t-\tau) d\tau, \quad (3)$$

де  $h(\tau)$  – імпульсна перехідна функція;  $u_{вх}(t)$  – випадкова функція, що приймає значення в інтервалі  $0 \div 1$  («білий шум»).

Інтеграл Дюамеля (3) має фізичний зміст, що полягає в тому, що добуток  $h(t_2 - t_1)u(t_1)dt_1$  можна розглядати як врахування впливу зовнішнього «імпульсу» інтенсивністю  $u(t_1)dt_1$ , що надійшов на «вхід» системи в момент часу  $t_1$ , на «виході» системи в момент часу  $t_2$  [7].

Інтеграл Дюамеля може бути отриманий, якщо апроксимувати прикладений на вхід кола вплив за допомогою сукупності одиничних функцій, зсунутих одна від одної на час, що дорівнює  $\Delta t$ , тобто

$$u_{вих}(t) = \sum_{i=0}^t h(i\Delta t)u_{вх}(t-i\Delta t), \quad i = 0, 1, 2, \dots \quad (4)$$

де  $\Delta t$  – крок дискретизації функції  $u_{вх}(t)$ , вибір якого, так само як і вибір довжини реалізації  $T$  функції  $u_{вх}(t)$ , розглянуто нижче.

Згідно [8] для кореляційних функцій видів (1) і (2), що найбільш часто можна зустріти маємо:

- для кореляційної функції виду (1)

$$h(\tau) = \frac{\alpha^2 + \omega_0^2}{\omega_0} \sqrt{(\sqrt{\alpha^2 + \omega_0^2} - \alpha)^2 + \omega_0^2} \cdot e^{-\alpha|\tau|} \sin \left[ \omega_0 \tau + \arctg \frac{\omega_0}{\sqrt{\alpha^2 + \omega_0^2} - \alpha} \right]; \quad (5)$$

- для кореляційної функції виду (2)

$$h(\tau) = \frac{\alpha^2 + \omega_0^2}{\omega_0^2} e^{-\alpha\tau} \sin \omega_0 \tau. \quad (6)$$

Для перевірки точності апроксимації функції  $u(t)$ , визначеної за формулою (3), порівнювалися значення кореляційних функцій заданої  $k_U^*(\tau)$  і побудованої для отриманої реалізації  $\tilde{u}(t)$  ( $\tilde{k}_U^*(\tau)$ ).

Похибка обчислених значень  $\tilde{k}_U^*(\tau)$  залежить від довжини реалізації  $u(t)$  і кроку дискретизації  $\Delta t$ , причому зазвичай  $\Delta t = \Delta\tau$ , де  $\Delta\tau$  – крок побудови кореляційної функції.

Аналіз показує, що вплив кроку дискретизації на похибку обчислених значень  $k_U^*(\tau)$  в порівнянні з похибкою від кінцівки довжини реалізації дуже малий, якщо крок дискретизації обраний так, що на умовний інтервал загасання кореляційної функції  $\tau_3$  припадає не менше десяти точок.

Математичний експеримент показав, що при досить малому кроці дискретизації і великій довжині реалізації вибірковий алгоритм дає дуже малу стосовно до моделювання випадкового процесу похибку (не більше 10 %), що ілюструють рис.1 і рис. 2.

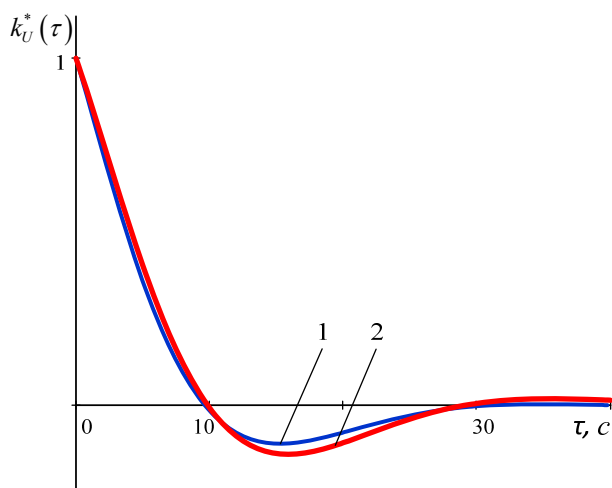


Рис. 1. Нормовані кореляційні функції вихідного випадкового процесу – 1 і модельованого – 2 при  $\alpha = 0,13 \text{ c}^{-1}$ ;  $\omega_0 = 0,16 \text{ c}^{-1}$

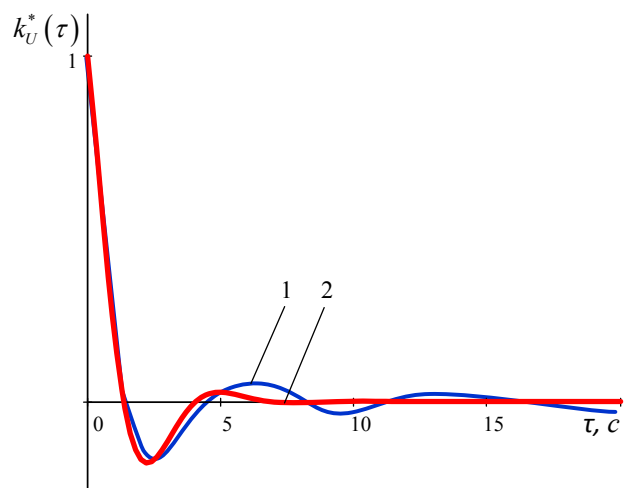


Рис. 2. Нормовані кореляційні функції вихідного випадкового процесу – 1 і модельованого – 2 при  $\alpha = 0,7 \text{ c}^{-1}$ ;  $\omega_0 = 1,16 \text{ c}^{-1}$

Тому для заданих кореляційних функцій виду (1) і (2) доцільний наступний алгоритм визначення  $T$  і  $\Delta t$ .

1. Визначається перший нуль кореляційної функції. При цьому:

- для кореляційної функції виду (1)

$$\tau_0 = \frac{\pi}{2\omega_0}; \quad (7)$$

- для кореляційної функції виду (2)

$$\tau_0 = \frac{1}{\omega_0} \left( \frac{\pi}{2} + \arctg \frac{\alpha}{\omega_0} \right). \quad (8)$$

2. Для додання спільності зі статистичними розрахунками була прийнята для всіх видів графіків навантаження однакова величина умовного інтервалу загасання  $\tau_3 = \frac{6}{\alpha}$  (найбільше з виявлених значень).

3. Крок дискретизації  $\Delta t$  вибирається в такий спосіб

$$\Delta t = \begin{cases} \frac{1}{10} \tau_0, & \text{якщо } \tau_0 < \tau_3; \\ \frac{1}{10} \tau_3, & \text{якщо } \tau_3 < \tau_0. \end{cases} \quad (9)$$

4. Довжина реалізації

$$T = 40\tau_3, \quad (10)$$

тому при такому співвідношенні виходить найменша похибка в усіх випадках апроксимації функції  $\tilde{k}_U^*(\tau)$  функцією  $k_U^*(\tau)$ .

При вирішенні ряду задач, пов'язаних з режимами різкозмінних навантажень, часто застосовуються методи теорії викидів випадкових процесів. Основною умовою в цьому випадку є диференційовність стаціонарного випадкового процесу, для чого достатньою умовою є існування другої похідної від кореляційної функції  $k_U(\tau)$  при нульовому значенні її аргументу, тобто

$$\sigma_U^2 = - \left. \frac{d^2 k_U(\tau)}{d\tau^2} \right|_{\tau=0}, \quad (11)$$

де  $\sigma_U^2$  – дисперсія похідної випадкової функції  $u(t)$ .

Такої вимозі відповідають кореляційні функції видів  $\sigma_U^2 e^{-\alpha^2 \tau^2}$ ,  $\sigma_U^2 e^{-\alpha^2 \tau^2} \cos \omega_0 \tau$ ,  $\sigma_U^2 e^{-\alpha|\tau|} \left( \cos \omega_0 \tau + \frac{\alpha}{\omega_0} \sin \omega_0 |\tau| \right)$  і  $\sigma_U^2 e^{-\alpha|\tau|} (1 + \alpha |\tau|)$ , які мають безперервні похідні в точці  $\tau = 0$ . Такі ж кореляційні функції як  $\sigma_U^2 e^{-\alpha|\tau|}$ ,  $\sigma_U^2 e^{-\alpha|\tau|} \cos \omega_0 \tau$  відповідають недиференційованим процесам. У табл. 2 наведені вирази дисперсій похідної випадкового процесу для різних кореляційних функцій.

Таблиця 2. Дисперсії похідної випадкового процесу для різних кореляційних функцій

Кореляційна функція $k_U(\tau)$	Дисперсія $\sigma_U^2$
$\sigma_U^2 e^{-\alpha \tau } \left( \cos \omega_0 \tau + \frac{\alpha}{\omega_0} \sin \omega_0  \tau  \right)$	$\sigma_U^2 (\alpha^2 + \omega_0^2)$
$\sigma_U^2 e^{-\alpha^2 \tau^2}$	$2\sigma_U^2 \alpha^2$
$\sigma_U^2 e^{-\alpha^2 \tau^2} \cos \omega_0 \tau$	$2\sigma_U^2 \alpha^2$
$\sigma_U^2 e^{-\alpha \tau } (1 + \alpha  \tau )$	$\sigma_U^2 \alpha^2$

Для конкретизації математичних моделей ударних навантажень як джерел коливань напруги в вузлі мережі необхідно знати  $\alpha$  і  $\omega_0$ . Визначення їх аналітичним шляхом важко, тому в практичних розрахунках доцільно користуватися експериментальними значеннями для конкретних електроприймачів (див. табл. 1).

#### 4. ВИСНОВКИ

У зв'язку з тим, що коефіцієнт загасання і частота коливань кореляційної функції різні в різних фазах мережі, слід вибрати найменші значення  $\alpha$  і  $\omega_0$ . Це відповідає самому несприятливому випадку з точки зору впливу коливань на зір і електрообладнання.

Наведена математична модель різкозмінних навантажень дозволяє вирішити комплекс питань, пов'язаних з розрахунками коливань напруги в практиці проектування і експлуатації.

#### 5. ЛІТЕРАТУРА

1. Parkinson D.B.: Simulation of stochastic processes with known correlation functions. Reliability Engineering & System Safety, 1993, vol. 40, iss. 3, pp. 213-220
2. Antoni J., Xin G., Hamzaoui N.: Fast computation of the spectral correlation. Mechanical Systems and Signal Processing, August 2017, vol. 92, pp. 248-277
3. Мислович М., Пристайло Т., Самойленко М.: Моделювання діагностичних сигналів електроенергетичного обладнання за допомогою лінійних випадкових процесів з дискретним часом в рамках енергетичної теорії. Гірничі, будівельні, дорожні та меліоративні машини, 2016, вип. 87, сс. 5-11
4. Костюк В.О.: Системний огляд методів дослідження енергоустановок з мінливими технологічними показниками й практичні аспекти моделювання. Проблеми загальної енергетики, 2015, вип. 2, сс. 39-47
5. Лозинський О.Ю., Паранчук Я.С., Паранчук Р.Я., Матіко Ф.Д.: Розвиток методів та засобів комп'ютерного моделювання для дослідження електричних режимів дугової сталеплавильної печі. Електротехніка і електромеханіка, 2018, № 3, сс. 28-36
6. Жежеленко И.В., Саенко Ю.Л.: Качество электроэнергии на промышленных предприятиях. Энергоатомиздат, Москва 2005
7. Свешников А.А.: Прикладные методы теории случайных функций. Наука, Москва 1968
8. Бобнев М.П.: Генерирование случайных сигналов. Энергия, Москва 1971

**Доктор технічних наук, професор Юрій Саснко**  
ДВНЗ "Приазовський державний технічний університет"  
вул. Університетська, 7, м. Маріуполь, 87555, Україна  
e-mail: yls62@i.ua

**Кандидат технічних наук, доцент Тетяна Бараненко**  
ДВНЗ "Приазовський державний технічний університет"  
вул. Університетська, 7, м. Маріуполь, 87555, Україна  
e-mail: tbaranenko@gmail.com