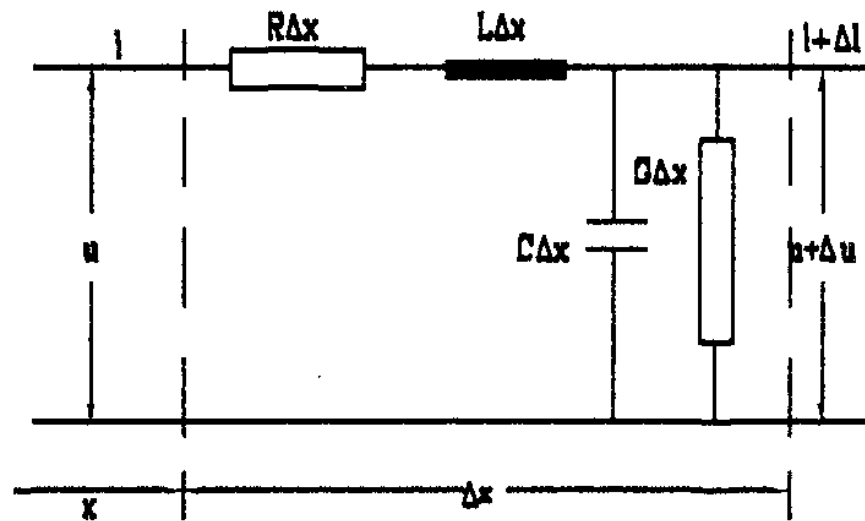


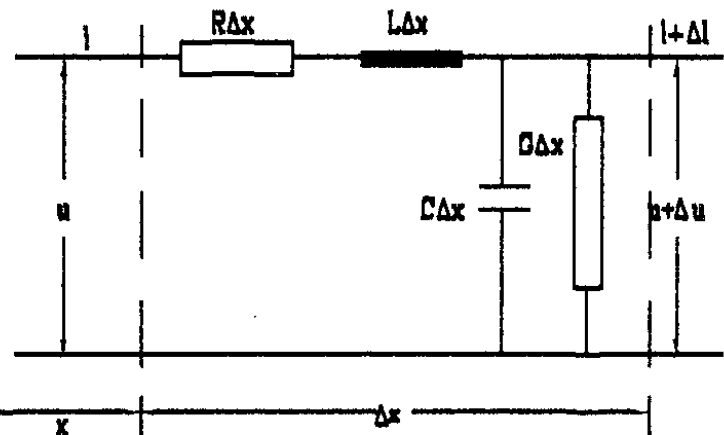
## 10.3. PRZENOSZENIE SIĘ PRZEPIĘĆ PIORUNOWYCH WZDŁUŻ LINII ELEKTROENERGETYCZNYCH

### 10.3.1. Równania telegrafistów

W przypadku przebiegów piorunowych, charakteryzujących się czasami rzędu mikrosekund, w linii występują zjawiska falowe, a samą linię należy traktować jako linię długą o parametrach równomiernie rozłożonych (rys. 10.12)



Rys. 10.12. Parametry rozłożone linii długiej



Rys. 10.12. Parametry rozłożone linii długiej

Dla obwodu jak na rysunku 10.12, z równań Kirchoffa można napisać:

$$\left. \begin{aligned} u &= i \cdot R \cdot \Delta x + L \cdot \Delta x \cdot \frac{\partial i}{\partial t} + u + \Delta u \\ i &= i + \Delta i + C \cdot \Delta x \cdot \frac{\partial (u + \Delta u)}{\partial t} + G \cdot \Delta x \cdot (u + \Delta u) \end{aligned} \right\} \quad (10.4)$$

stąd po przekształceniu:

$$\left. \begin{aligned} -\frac{\Delta u}{\Delta x} &= i \cdot R + L \cdot \frac{\partial i}{\partial t} \\ -\frac{\Delta i}{\Delta x} &= C \cdot \frac{\partial (u + \Delta u)}{\partial t} + G \cdot (u + \Delta u) \end{aligned} \right\} \quad (10.5)$$

Przechodząc do różnic nieskończenie małych i pomijając małe wyższych rzędów  $\Delta \mathbf{u}$  otrzymuje się równania noszące nazwę równań telegrafistów:

$$\left. \begin{aligned} -\frac{\partial u}{\partial x} &= R \cdot i + L \cdot \frac{\partial i}{\partial t} \\ -\frac{\partial i}{\partial x} &= G \cdot u + C \cdot \frac{\partial u}{\partial t} \end{aligned} \right\} \tag{10.6}$$

lub w postaci operatorowej:

$$\left. \begin{aligned} -\frac{dU}{dx} &= R \cdot I + s \cdot L \cdot I \\ -\frac{dI}{dx} &= G \cdot U + s \cdot C \cdot U \end{aligned} \right\} \tag{10.7}$$

Różniczkując pierwsze równanie względem  $x$  uzyskuje się:

$$-\frac{d^2 U}{dx^2} = (R + s \cdot L) \cdot \frac{dI}{dx} \quad (10.8)$$

a stąd:

$$\frac{d^2 U}{dx^2} = (R + s \cdot L) \cdot (G + s \cdot C) \cdot U \quad \text{lub} \quad \frac{d^2 U}{dx^2} - \gamma^2 \cdot U = 0 \quad (10.8)$$

gdzie:  $\gamma = \sqrt{(R + s \cdot L) \cdot (G + s \cdot C)}$  oraz  $Z_f = \sqrt{\frac{R + s \cdot L}{G + s \cdot C}}$

Tak zdefiniowane wielkości to stała przenoszenia  $\gamma$  oraz impedancja falowa  $Z_f$ .

Rozwiązanie równania (10.9) ma teraz postać:

$$\left. \begin{aligned} U(x, s) &= A_1 \cdot e^{-\gamma \cdot x} + A_2 \cdot e^{\gamma \cdot x} \\ I(x, s) &= \frac{1}{Z_f(s)} \cdot (A_1 \cdot e^{-\gamma \cdot x} + A_2 \cdot e^{\gamma \cdot x}) \end{aligned} \right\} \quad (10.10)$$

Analiza przebiegów falowych dla rozwiązania (10.10) jest dość skomplikowana, stąd zwykle przechodzi się do przypadku szczególnego jakim jest linia długa bez strat, tzn. linia dla której  $\mathbf{R} = \mathbf{G} = \mathbf{0}$  i wówczas stała przenoszenia i impedancja falowa mają postać:

$$\left. \begin{aligned} \gamma &= s\sqrt{L \cdot C} = \frac{s}{\mathcal{G}} \\ Z &= \sqrt{\frac{L}{C}} \end{aligned} \right\}$$

gdzie:  $v$  jest prędkością ruchu falowego, równą w linii napowietrznej prędkości światła ( $v = c = 300 \text{ m}/\mu\text{s}$ ).

Rozwiązanie równania telegrafistów sprowadza się do rozważania fal bieżących wzdłuż linii:

$$\left. \begin{aligned} u &= f_1(x - c \cdot t) + f_2(x + c \cdot t) \\ i &= \frac{f_1(x - c \cdot t)}{Z} - \frac{f_2(x + c \cdot t)}{Z} \end{aligned} \right\} \quad (10.11)$$

lub

$$\left. \begin{aligned} u &= u' + u'' \\ i &= \frac{u'}{Z} - \frac{u''}{Z} = i' - i'' \end{aligned} \right\} \quad (10.12)$$

gdzie: **u'** - **fala padająca** poruszającą się w stronę wzrastających wartości **x** oraz **u''** - **fala odbita** poruszającą się w stronę malejących wartości **x**.

W linii nieskończenie długiej istnieje tylko fala padająca, nie ma natomiast fali odbitej. W linii kablowej gdzie prędkość  $\mathcal{G} = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon' \cdot \mu'}}$ , i gdzie przenikalność magnetyczna  $\mu' \approx 1$ , natomiast przenikalność elektryczna  $\varepsilon' > 1$ , prędkość ruchu falowego jest mniejsza od prędkości światła  $\sqrt{\varepsilon'}$  - krotnie.

Impedancja falowa  $Z$  wyraża się w  $\Omega$  i nie zależy od długości linii a jedynie od jej parametrów jednostkowych. Znając impedancję falową i prędkość rozchodzenia się fali można łatwo wyznaczyć indukcyjność i pojemność jednostkową (na 1 km) linii:

$$\left. \begin{aligned} L_0 &= \frac{Z}{\mathcal{G}} \\ C_0 &= \frac{1}{Z \cdot \mathcal{G}} \end{aligned} \right\} \quad (10.13)$$

Dla układu przewód okrągły - ziemia gdzie pojemności i indukcyjności jednostkowe wynoszą odpowiednio:

$$\left. \begin{aligned} L_0 &= \frac{\mu}{2 \cdot \pi} \cdot \ln\left(\frac{2 \cdot h}{r}\right) \\ C_0 &= \frac{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon}{\ln\left(\frac{2 \cdot h}{r}\right)} \end{aligned} \right\} \quad (10.14)$$

gdzie: h - wysokość zawieszenia przewodu, r - promień przewodu,

Stąd uzyskuje się wzór na impedancję falową w postaci:

$$Z = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} = 60 \cdot \ln\left(\frac{2 \cdot h}{r}\right) \tag{10.15}$$

Dla linii kablowej odpowiednio zależność na impedancję falową ma postać:

$$Z = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} = 60 \cdot \frac{1}{\sqrt{\varepsilon'}} \cdot \ln\left(\frac{R}{r}\right) \tag{10.16}$$

Fale, o których jest mowa w tym rozdziale, czyli fala padająca i fala odbita, noszą wspólną nazwę **fal wędrownych**, co trafnie oddaje ich zachowanie się w liniach energetycznych.

### 10.3.2. Przejście fali wędrownej przez węzeł

**Węzeł** nazywa się każdy punkt linii, w którym występuje skokowa zmiana impedancji falowej. Przykładem może być punkt połączenia linii napowietrznej z linią kablową, rozgałęzienie linii, punkt dołączenia kondensatora, cewki czy rezystora czy ich kombinacji itd.

Jeśli rozważyć punkt węzłowy **A**, rozgraniczający impedancje falowe **Z<sub>1</sub>** i **Z<sub>2</sub>** (rys. 10.13), to dla punktów **A<sub>1</sub>** i **A<sub>2</sub>** znajdujących się w bliskim otoczeniu punktu węzłowego można napisać układy równań:



Rys. 10.13. Przejście fali przez węzeł

- dla punktu **A<sub>1</sub>**:

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= u_1' + u_1'' \\ i_1 &= i_1' + i_1'' \end{aligned} \right\} \quad (10.17a)$$

- dla punktu **A<sub>2</sub>**:

$$\left. \begin{aligned} u_2 &= u_2' + u_2'' \\ i_2 &= i_2' + i_2'' \end{aligned} \right\} \quad (10.17b)$$

Przechodząc do granicznego usytuowania punktów  $\mathbf{A}_1$  i  $\mathbf{A}_2$  zbiegającego się w punkcie węzłowym  $\mathbf{A}$ , w punkcie tym muszą być spełnione wszystkie powyższe równania jednocześnie, czyli:

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= u_2 = u_A = u_1' + u_1'' = u_2' + u_2'' \\ i_1 &= i_2 = i_A = \frac{u_1'}{Z_1} - \frac{u_1''}{Z_1} = \frac{u_2'}{Z_2} - \frac{u_2''}{Z_2} \end{aligned} \right\} \quad (10.18)$$

Dla uproszczenia dalszych rozważań przyjęto przypadek szczególny, że wzdłuż linii porusza się fala prostokątna o napięciu  $U$ , która w chwili  $t = 0$  dochodzi do punktu  $\mathbf{A}$ . Wówczas fala padająca  $u_1'$  jest równa fali prostokątnej, czyli  $u_1' = U$ . Linia o impedancji  $Z_2$  jest linią nieskończenie długą (rys. 10.13), zatem  $u_2'' = 0$ . Stąd równania (10.18) sprowadzają się do:

$$\left. \begin{aligned} u_2' &= U + u_1'' \\ \frac{u_2'}{Z_2} &= \frac{U}{Z_1} - \frac{u_1''}{Z_1} \end{aligned} \right\} \quad (10.19)$$

Z równań (10.19), po prostych przekształceniach, uzyskuje się:

$$u_2' = \frac{2 \cdot Z_2}{Z_1 + Z_2} \cdot U = \alpha \cdot U \quad (10.20a)$$

gdzie:

$$\alpha = \frac{2 \cdot Z_2}{Z_1 + Z_2} \quad (10.20b)$$

Współczynnik  $\alpha$  nosi nazwę **współczynnika przepuszczania fali**. Podstawiając  $\alpha$  do pierwszego z równań (10.19), uzyskuje się:

$$u_1'' = u_2' - U = \alpha \cdot U - U = (\alpha - 1) \cdot U = \beta \cdot U \quad (10.21a)$$

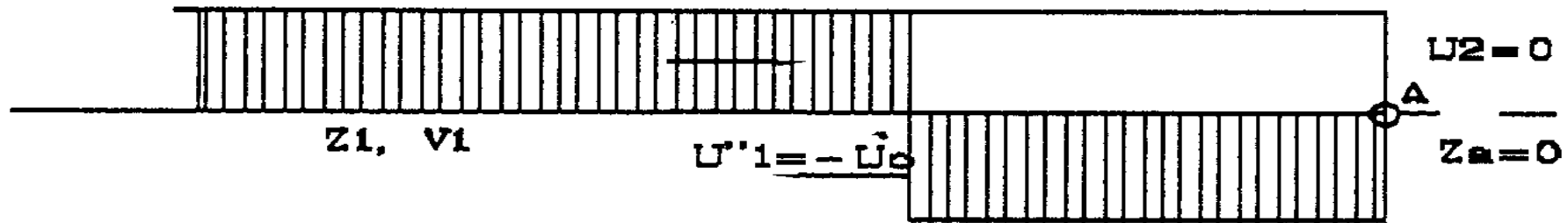
gdzie:

$$\beta = \alpha - 1 = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \quad (10.21b)$$

Współczynnik  $\beta$  nosi nazwę **współczynnika odbicia fali**.

### 10.3.3. Przypadki szczególne

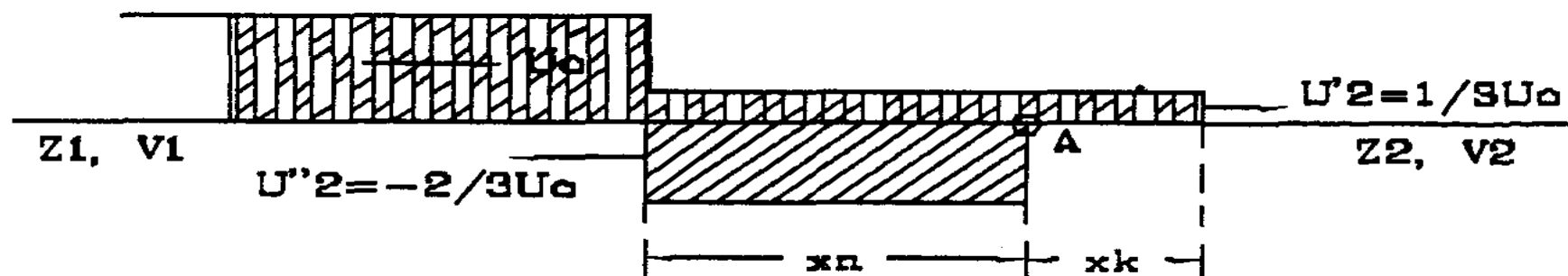
1. Linia zwarta na końcu czyli  $Z_2 = 0$ . Wówczas, wykorzystując wzory na współczynniki przepuszczenia i odbicia fali uzyskuje się wartości  $\alpha = 0$  oraz  $\beta = -1$ . Zatem fala przepuszczona nie istnieje, natomiast fala odbita ma tę samą wartość bezwzględną co fala padająca lecz zmienia biegunowość na przeciwną (rys. 10.14).



Rys. 10.14. Linia zwarta na końcu

Te właściwości punktu zwarcia są wykorzystywane do lokalizacji miejsc zwarcia np. w linii kablowej. Znając prędkość ruchu falowego  $v$  w kablu i mierząc czas powrotu fali odbitej, który jest równy podwójnemu czasowi przebiegu fali do miejsca zwarcia, można określić odległość miejsca zwarcia jako  $l = v \cdot \frac{t}{2}$ .

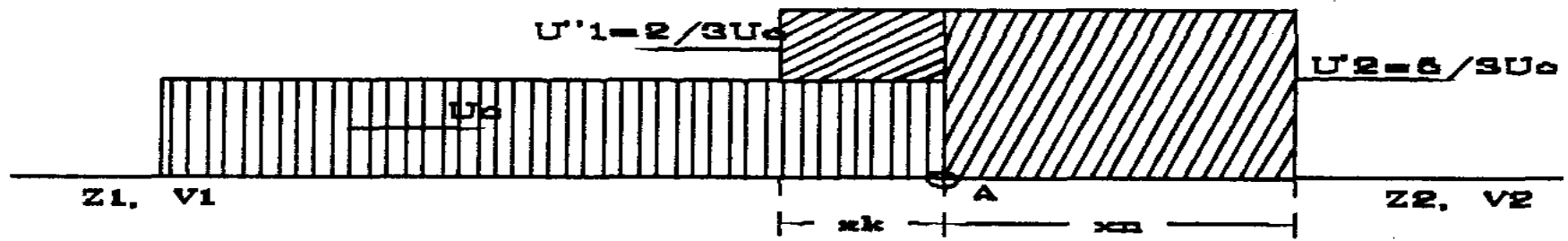
**2. Przejście fali z linii napowietrznej do linii kablowej.** Wówczas impedancje spełniają warunek  $Z_1 > Z_2$  oraz prędkość ruchu falowego w kablu jest mniejsza niż w linii napowietrznej. Obraz fali po czasie  $t$  od chwili dojścia fali prostokątnej do węzła A ma postać jak na rysunku 10.15. W kablu fala przebyła odległość mniejszą niż w linii napowietrznej.



Rys. 10.15. Przejście fali z linii napowietrznej do kablowej

Zakładając przykładowo typowe wartości impedancji falowych linii napowietrznej i kabla, odpowiednio  $Z_1 = 500 \, \Omega$  oraz  $Z_2 = 100 \, \Omega$ , uzyskuje się wartości współczynników przepuszczania i odbicia odpowiednio  $\alpha = 1/3$  oraz  $\beta = -2/3$ . Zatem do kabla wchodzi tylko  $1/3$  fali napięciowej (rys. 10.15). Kabel działa więc chroniąco, gdyż znacznie obniża wartość szczytową fali napięciowej.

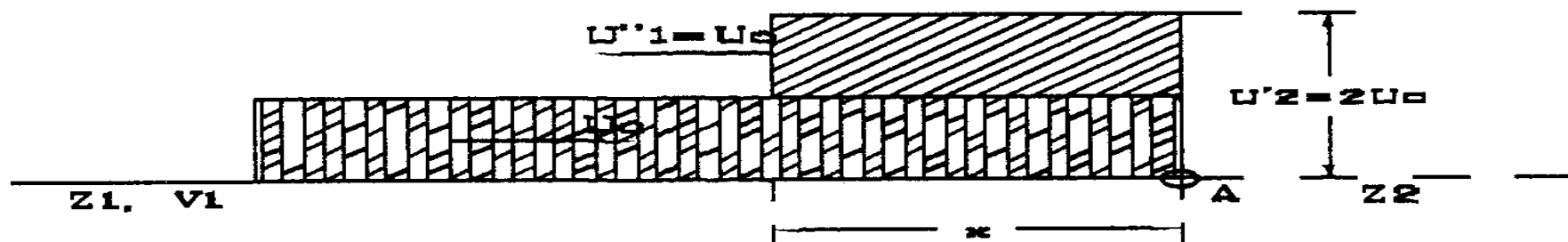
3. **Przejsście fali napięciowej z linii kablowej do linii napowietrznej.** Zakładając te same wartości impedancji falowych, odpowiednio dla kabla  $Z_1 = 100 \Omega$  oraz dla linii napowietrznej  $Z_2 = 500 \Omega$  uzyskuje się współczynniki przepuszczenia i odbicia równe odpowiednio  $\alpha = 1\frac{2}{3}$  oraz  $\beta = \frac{2}{3}$ . Zatem na linii napowietrznej fala napięciowa ulega spiętrzeniu. Obraz fali po czasie  $t$  od chwili osiągnięcia węzła A pokazuje rysunek 10.16.



Rys. 10.16. Przejsście fali z linii kablowej do linii napowietrznej

Przyjmując przykładowo, że przenikalność elektryczna względna  $\epsilon'$  izolacji kabla wynosi  $\epsilon' = 4$  uzyska się, zgodnie z wzorem podanym w rozdziale 10.3.1, prędkość ruchu falowego w kablu dwukrotnie mniejszą niż w linii napowietrznej.

4. **Linia otwarta na końcu** czyli  $Z_2 = \infty$ . Współczynniki przepuszczenia i odbicia przyjmują wartości  $\alpha = 2$  oraz  $\beta = 1$ . Obraz fali po czasie  $t$  od osiągnięcia końca linii, ma postać jak na rysunku 10.17.

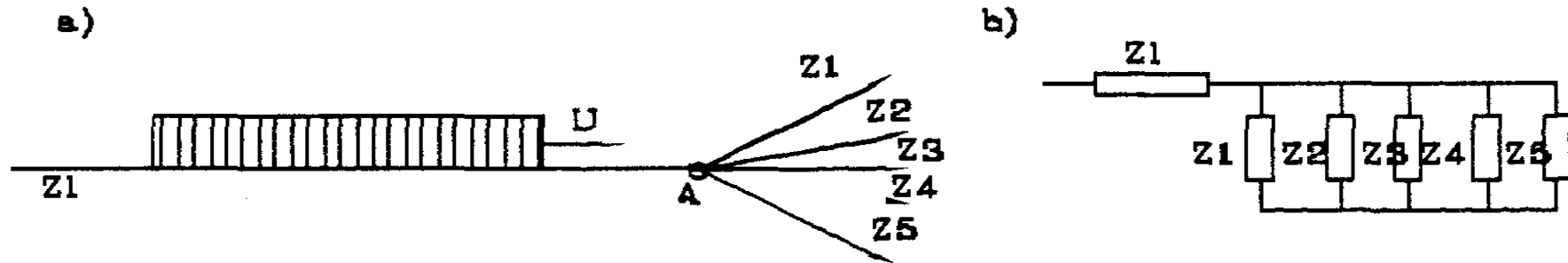


Rys. 10.17. Linia rozwarta na końcu

Ponieważ oporności falowe transformatorów są dużo większe niż oporności falowe linii, więc gdy fala trafi na transformator to skutek jest podobny jakby trafiła na rozwarty koniec linii, czyli spiętrza się do niemal dwukrotnej wartości.

### 10.3.4. Rozgałęzienie fal wędrownych

Na rysunku 10.18 przedstawiono przykładowo przypadek gdy fala prostokątna przychodzi z linii o impedancji falowej  $Z_L$  do węzła A, w którym dołączonych jest pięć linii o impedancjach falowych od  $Z_1$  do  $Z_5$ . Dla węzła A można obliczyć zastępczą impedancję falową jako:



Rys. 10 18. Rozgałęzienie fal wędrownych: a) schemat dla pięciu linii odchodzących od węzła A, b) schemat zastępczy

$$\frac{1}{Z_z} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} + \frac{1}{Z_4} + \frac{1}{Z_5}$$

oraz współczynniki przepuszczania i odbicia z zależności:

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \frac{2 \cdot Z_z}{Z_z + Z_L} \\ \beta &= \alpha - 1 \end{aligned} \right\}$$

stąd:  $u'_1 = u'_2 = u'_3 = u'_4 = u'_5 = \alpha \cdot U$

Zakładając, że impedancje falowe wszystkich linii odgałęziających się w węźle A są takie same, czyli  $Z = Z_1 = Z_2 = Z_3 = Z_4 = Z_5$ , uzyskuje się  $Z_z = \frac{1}{5}Z$  oraz  $\alpha = \frac{1}{3}$ .

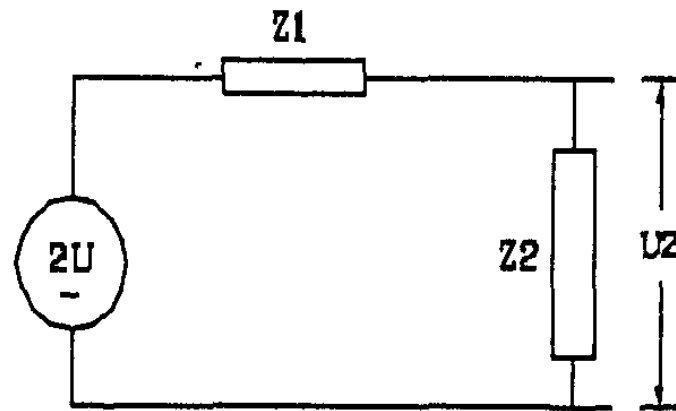
Jeśli więc fala trafi do pięciopolowej rozdzielni to jej wartość szczytowa zostaje obniżona więcej niż o połowę.

### 10.3.5. Trafienie fali na pojemność skupioną

Zagadnienia przechodzenia fal przez węzły z bardziej złożonym zestawem połączonych elementów **R**, **L**, **C** czy z większą liczbą odgałęzień, najkorzystniej jest rozwiązywać za pomocą tzw. **schematu Petersena**. Schemat Petersena buduje się w oparciu o współczynnik przepuszczania  $\alpha$ . Przykładowo dla szeregowego układu dwóch impedancji falowych, wykorzystując wzór (10.20), można napisać:

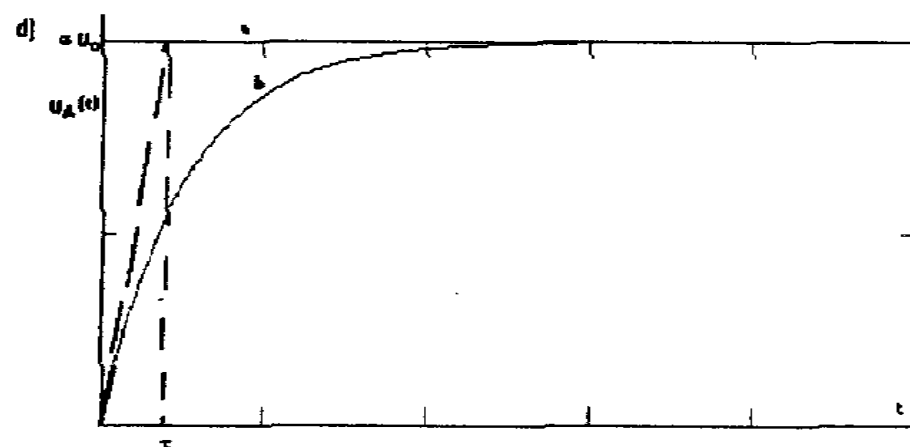
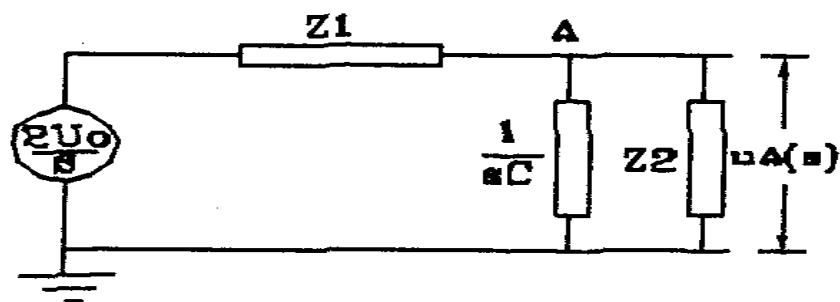
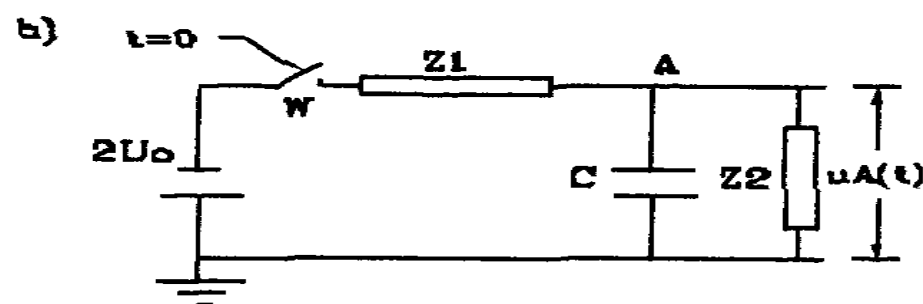
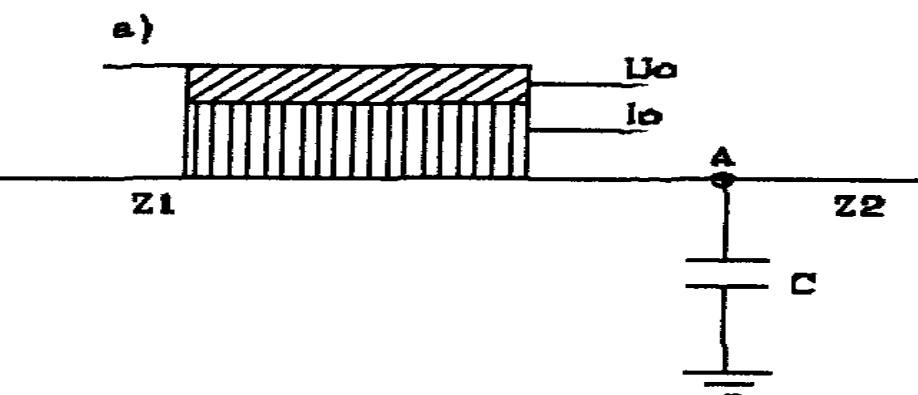
$$u'_2 = \alpha \cdot U = 2 \cdot U \cdot \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} \quad (10.22)$$

W oparciu o równanie (10.22), można podać schemat obwodu jak na rysunku 10.19. W obwodzie tym napięcie fali przepuszczonej jest napięciem na impedancji  $Z_2$ , co jest w zgodzie z fizyką ruchu falowego.



Rys. 10.19. Obwód Petersena

Wykorzystując analogie buduje się schemat Petersena dla bardziej skomplikowanych układów. Przykładowo będzie tu rozpatrzony przypadek, gdy w węźle A rozgraniczającym dwie impedancje falowe  $Z_1$  i  $Z_2$  jest dołączony kondensator o pojemności  $C$  (rys. 10.20a). Dla schematu z rysunku 10.20a można podać obwód Petersena jak na rysunku 10.20b. Odpowiadający takiemu obwodowi, ze źródłem napięcia stałego, schemat operatorowy pokazano na rysunku 10.20c.



Rys. 10.20. Kondensator włączony między węzeł A i ziemię: a) schemat obwodu, b) schemat Petersena, c) schemat operatorowy, d) oscylogram napięcia

Dla tego schematu operatorowego można napisać zależność określającą napięcie w węźle **A**:

$$U_A(s) = \frac{2 \cdot U}{s} \cdot \frac{\frac{Z_2 \cdot \frac{1}{s \cdot C}}{Z_2 + \frac{1}{s \cdot C}}}{\frac{Z_2 \cdot \frac{1}{s \cdot C}}{Z_2 + \frac{1}{s \cdot C}} + Z_1} = U \cdot \alpha \cdot \frac{\frac{1}{\tau}}{s \cdot (s + \frac{1}{\tau})} \quad (10.23)$$

gdzie:  $\alpha$  - współczynnik przepuszczania określony wzorem (10.20),  $\tau$  - stała czasowa określana na ogólnych zasadach jak dla obwodu **RC**, czyli jako iloczyn pojemności i wypadkowej rezystancji widzianej z zacisków kondensatora przy zwartych źródłach napięcia.

W rozważanym przypadku z rysunku 10.20c stała czasowa wynosi:

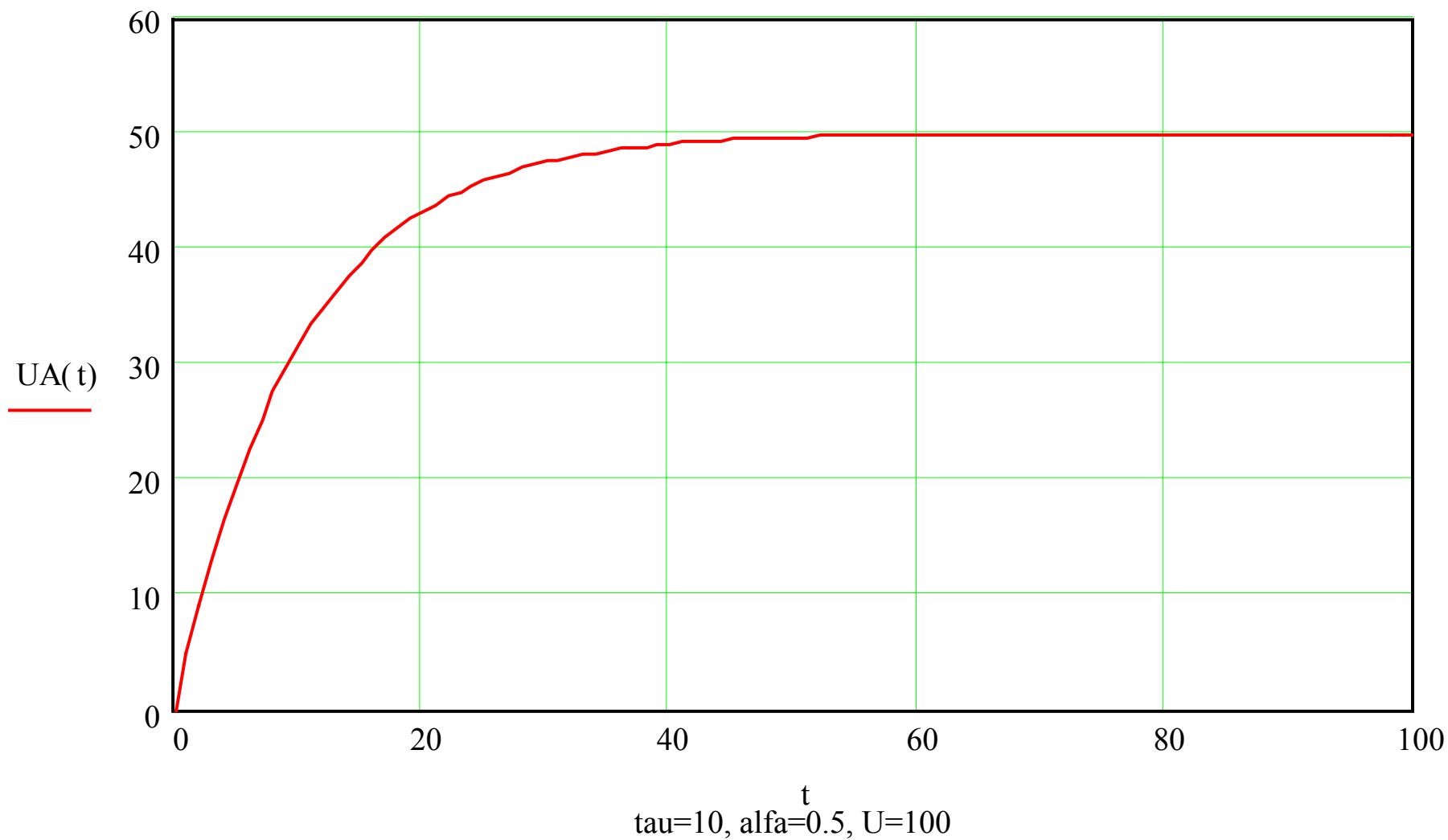
$$\tau = \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_1 + Z_2} \cdot C \quad (10.24)$$

Dla transformaty typu  $\frac{a}{s \cdot (a + s)}$  oryginał jest równy  $1 - e^{-a \cdot t}$ , czyli w rozważanym przypadku rozwiązaniem będzie zależność:

$$U_A(t) = \alpha \cdot U \cdot \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \quad (10.25)$$

Zależność tę pokazano na rysunku 10.20c. Jak widać w przypadku równoległego dołączenia kondensatora, na linii  $Z_2$  napięcie będzie narastało wykładniczo do wartości  $\alpha U$ , czyli do takiej wartości jaka byłaby osiągnięta skokowo gdyby kondensatora nie było.

$$UA(t) := \alpha \cdot U \cdot \left( 1 - \exp\left(\frac{-t}{\tau}\right) \right)$$



Z powyższych rozważań można wyciągnąć dwa wnioski:

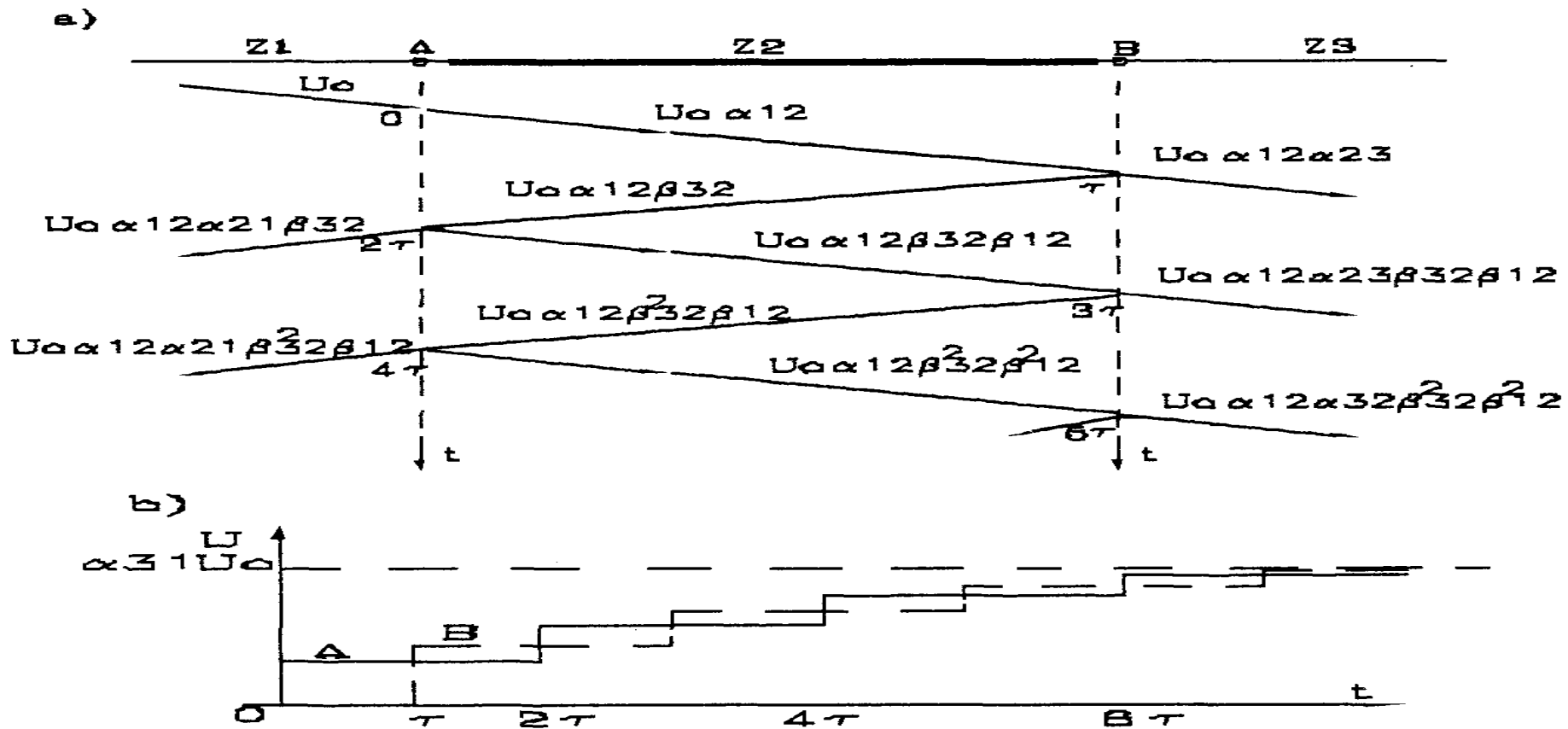
1. Zastosowanie równoległego kondensatora powoduje znaczne złagodzenie czoła fali, co jest bardzo istotne z punktu widzenia zagrożeń napięciowych w uzwojeniach (patrz rozdz. 13).
2. Jeśli fala napięciowa nie jest nieskończenie długa, jak to jest w rozważanym przypadku nieskończenie długiej (zasilanej) fali prostokątnej, lecz ma określoną, skończoną długość jak to jest w przypadkach praktycznych i jeśli długość fali napięciowej jest mniejsza od trzech stałych czasowych ( $3\tau$ ) to wówczas napięcie na impedancji  $Z_2$  nie osiągnie wartości  $\alpha U$ , czyli nastąpi obniżenie wartości szczytowej fali.

Jak łatwo udowodnić biorąc  $\beta = \alpha - 1$  oraz , również fala odbita łagodzi czoło fali wypadkowej przed węzłem. Podobnie można rozważać inne, omówione szczegółowo w skrypcie [23], układy istotne z punktu widzenia systemów elektroenergetycznych takie jak np.:

- szeregowo włączona cewka - wówczas uzyskuje się za cewką identyczne jakościowo przebiegi jak dla rozważonego wyżej równoległego włączenia kondensatora - jednak na samej cewce następuje spiętrzenie fali, które jako fala odbita pogarsza warunki napięciowe przed cewką a w praktyce komplikuje problemy izolacji uzwojenia cewki;
- szeregowo połączenie cewki i kondensatora - prowadzi to do warunków obwodu drgającego itd.

### 10.3.6. Eliminacja impedancji falowej

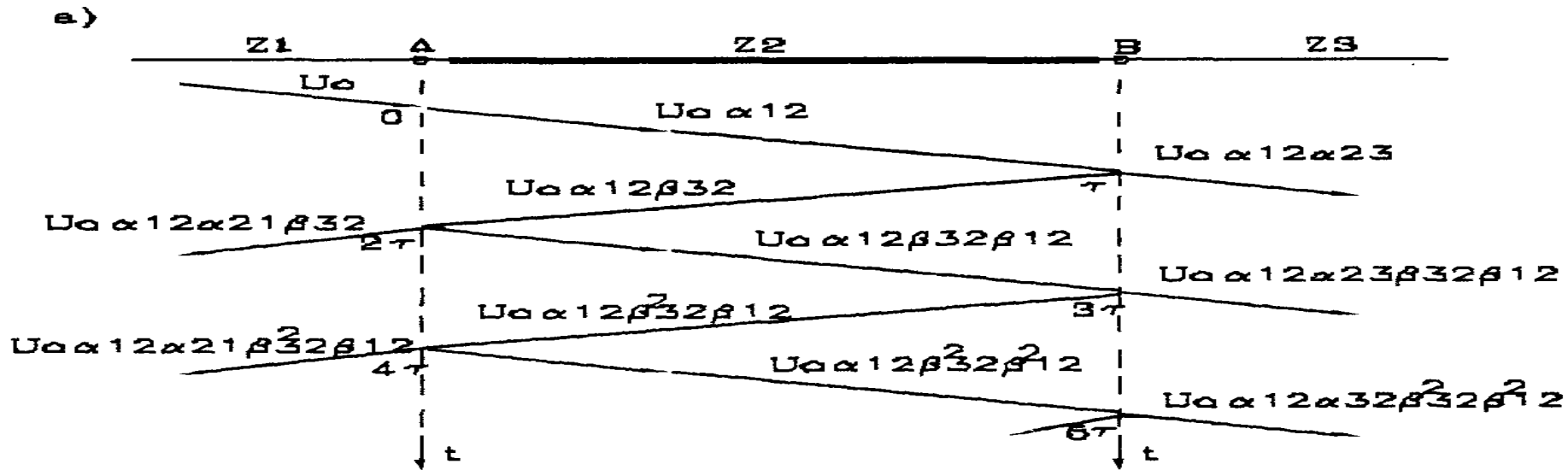
Odrębnym przypadkiem ruchu falowego w liniach jest układ jak na rysunku 10.21a, gdzie trzy odcinki linii połączone są szeregowo. Z linii o impedancji falowej  $Z_1$  przychodzi fala prostokątna, na linię o skończonej długości z impedancją  $Z_2$  rozdzieloną punktem węzłowym **B** od linii o impedancji  $Z_3$ . Dla punktów węzłowych **A** i **B** można wyznaczyć trzy współczynniki przepuszczania: z  $Z_1$  na  $Z_2$ , z  $Z_2$  na  $Z_3$  oraz z  $Z_2$  na  $Z_1$ , dla fali odbitej od węzła **B**. Można również wyznaczyć trzy współczynniki odbicia: od węzła **A** na  $Z_1$ , od węzła **A** na  $Z_2$  oraz od węzła **B** na  $Z_2$ .



Rys. 10.21. Eliminacja oporności falowej: a) rozkład jazdy Bewleya, b) oscylogram napięcia

Do dalszych rozważań potrzebne jest zdefiniowanie jedynie dwóch współczynników przepuszczania i dwóch współczynników odbicia:

- współczynnik przepuszczania z  $\mathbf{Z}_1$  na  $\mathbf{Z}_2$   $\alpha_{12} = \frac{2 \cdot Z_2}{Z_1 + Z_2}$ ;
- współczynnik przepuszczania z  $\mathbf{Z}_2$  na  $\mathbf{Z}_3$   $\alpha_{23} = \frac{2 \cdot Z_3}{Z_2 + Z_3}$ ;
- współczynnik odbicia od węzła  $\mathbf{A}$  na  $\mathbf{Z}_2$   $\beta_{12} = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2}$ ;
- współczynnik odbicia od węzła  $\mathbf{B}$  na  $\mathbf{Z}_2$   $\beta_{32} = \frac{Z_3 - Z_2}{Z_3 + Z_2}$ .



Wykorzystując zdefiniowane wyżej współczynniki można skonstruować wykres jak na rysunku 10.21a, gdzie podano zależności określające wartości napięcia na impedancjach  $Z_2$  i  $Z_3$  po kolejnych aktach przepuszczania i odbicia fali w węzłach A i B. Wykres ten nosi nazwę rozkładu jazdy Bewleya. Dla  $(n+1)$  aktu przepuszczania fali przez węzeł B, na odcinek linii o impedancji  $Z_3$  można napisać ogólne wyrażenie na cząstkowe napięcie  $U_3$ , w postaci:

$$U_3^{n+1} = \alpha_{12} \cdot \alpha_{23} \cdot (\beta_{32} \cdot \beta_{12})^n \cdot U \quad (10.26)$$

Po zsumowaniu wszystkich napięć cząstkowych na linii  $\mathbf{Z}_3$  uzyskuje się napięcie określone zależnością:

$$U = U_B = U \cdot \alpha_{12} \cdot \alpha_{23} \cdot \left[ 1 + \beta_{32} \cdot \beta_{12} + (\beta_{32} \cdot \beta_{12})^2 + \dots + (\beta_{32} \cdot \beta_{12})^n \right] \quad (10.27)$$

Wyrażenie w nawiasie jest sumą ciągu geometrycznego o ilorazie  $q = \beta_{32} \cdot \beta_{12} < 1$ , dla którego suma przy  $n \Rightarrow \infty$  wynosi:

$$B_n = b_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} = \frac{(\beta_{32} \cdot \beta_{12})^n - 1}{\beta_{32} \cdot \beta_{12} - 1} \quad (10.28)$$

Stąd przy  $n \Rightarrow \infty$  wyraz  $(\beta_{32} \cdot \beta_{12})^n \Rightarrow 0$  i wzór na napięcie  $U_3$  ma postać:

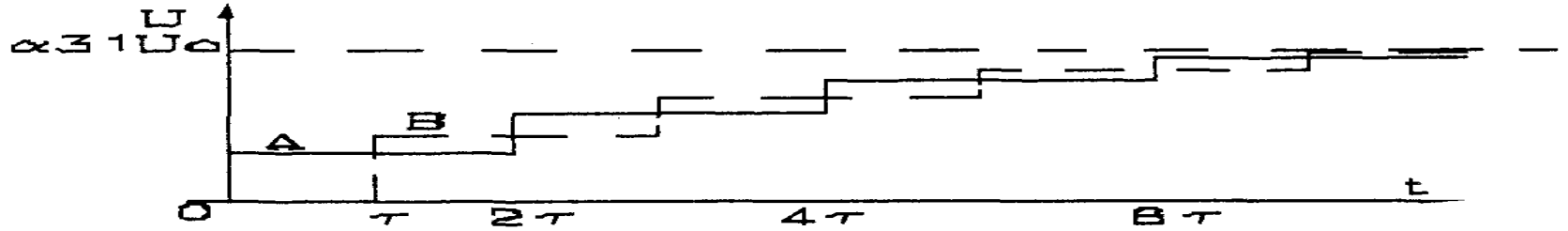
$$U_3 = U \cdot \alpha_{12} \cdot \alpha_{23} \cdot \frac{1}{1 - \beta_{32} \cdot \beta_{12}} \quad (10.29)$$

Podstawiając pełne wyrażenia na współczynniki  $\alpha$  i  $\beta$ , po prostych przekształceniach uzyskuje się:

$$U_3 = U \cdot \frac{2 \cdot Z_3}{Z_1 - Z_3} = \alpha_{13} \cdot U \quad (10.30)$$

gdzie  $\alpha_{13}$  jest umownym, fikcyjnym współczynnikiem przepuszczania z linii o impedancji  $\mathbf{Z}_1$  na linię o impedancji  $\mathbf{Z}_3$ .

Wzór (10.30) oznacza, że po dostatecznie długim czasie, na linii  $\mathbf{Z}_3$  ustala się takie napięcie jakby linii  $\mathbf{Z}_2$  nie było. Zjawisko to nosi nazwę **eliminacji impedancji falowej**.



Na rysunku 10.21b pokazano obraz jaki można zaobserwować za pomocą oscyloskopu dołączonego do punktu węzłowego **B**, w przypadku gdy impedancje poszczególnych odcinków linii spełniają warunek  $Z_1 > Z_2 < Z_3$ . Jak widać uzyskany, schodkowy przebieg napięcia w funkcji czasu, gdyby go zastąpić funkcją ciągłą byłby podobny do wykładniczej zmienności napięcia uzyskanej dla równoległego kondensatora (rys. 10.20d). Skutek jest podobny - uzyskuje się łagodzenie czoła fali (schodkowo) oraz zmniejszenie wartości szczytowej napięcia przy fali napięciowej odpowiednio krótkiej.

Dla przypadków gdy impedancje spełniają nierówności  $Z_1 < Z_2 > Z_3$  oraz  $Z_1 > Z_2 > Z_3$  (lub  $Z_1 < Z_2 < Z_3$ ) uzyskuje się analogie, odpowiednio do cewki włączonej szeregowo między dwa odcinki linii oraz do obwodu drgającego, z tym że obserwowane przebiegi napięcia mają charakter schodkowy a nie gładki.

### 10.3.7. Uwzględnienie zjawiska ulotu

Przedstawiony w poprzednich punktach rozdziału opis zjawisk falowych w liniach elektroenergetycznych był z konieczności (wynikającej z koncepcji skryptu) dość pobieżny. W układach rzeczywistych zjawiska są o wiele bardziej złożone. Pominęto tu cały szereg istotnych problemów jak przykładowo:

- kształt fali napięciowej, który znacznie różni się od prostokątnego co oczywiście komplikuje analizę;
- linia nie jest linią bez strat itp.

Jeśli, na przykład, występuje w linii ulot, co przy wartościach napięć fali piorunowej jest regułą, to zniekształca czoło fali i po przebiegu przez falę o napięciu  $U$  odległości  $l$  liczonej w kilometrach wartość szczytowa ulega zmianie do:

$$U' = \frac{U}{k \cdot l \cdot U + 1} \quad (10.31)$$

gdzie  $k$  jest współczynnikiem empirycznym z przedziału  $k = 0.0004 \div 0.0002$ .

Zatem gdy w linii wystąpi ulot to oczywiście straty oporowe w linii można pominąć. Jednakże zjawisko ulotu wprowadza dodatkowe problemy polegające na zmianie parametrów rozłożonych schematu linii (rys. 10.12). Zmienia się bowiem pojemność linii do  $C' > C$  wskutek pozornego zwiększenia średnicy przewodu spowodowanego otoczką ulotową wokół przewodu. Natomiast indukcyjność linii pozostaje bez zmian  $L' = L$ , nie ma bowiem wzdłużnego przepływu prądu w otoczce ulotowej. Zatem maleje impedancja falowa linii od wartości  $Z$  do wartości  $Z' = \sqrt{\frac{L'}{C'}}$  i maleje prędkość ruchu falowego od prędkości światła  $v = c$  do  $v' = \frac{1}{\sqrt{L' \cdot C'}}$ .

Z powyższych uwag wynikają wnioski, iż ulot spełnia w liniach również pozytywną rolę obniżając wartość szczytową przebiegów piorunowych i zniekształcając (łagodząc) czoło fali przebiegiowej.

Zagadnienie obliczania przebiegów falowych w liniach z uwzględnieniem zjawiska ulotu jest nadal przedmiotem badań wysokonapięciowych.